17/-
7,912/B/2

39. D 8516

ESSAI

D'UNE THÉORIE

SUR LA STRUCTURE

DES CRYSTAUX.

ESSAI D'UNE THÉORIE *SUR LA STRUCTURE* DES CRYSTAUX, *APPLIQUÉE* A PLUSIEURS GENRES DE SUBSTANCES CRYSTALLISÉES;

Par M. l'Abbé HAÜY, de l'Académie Royale des Sciences, Professeur d'Humanités dans l'Université de Paris.

Élève à l'école Royale Polytechnique. Larroque

A PARIS,

Chez GOGUÉ & NÉE DE LA ROCHELLE, Libraires, Quai des Augustins, près le Pont Saint-Michel.

M. DCC. LXXXIV.

SOUS LE PRIVILÉGE DE L'ACADÉMIE.

AVERTISSEMENT.

LA théorie que je propoſe dans cet Ouvrage, eſt fondée ſur l'accord de l'obſervation avec le calcul, dont je ne pouvois me diſpenſer de faire uſage, pour traiter, avec quelque ſuccès, une matière où tout eſt, pour ainſi dire, proportion & régularité. Quoique les démonſtrations que j'ai employées n'exigent, la plupart, que des connoiſſances ordinaires d'Algèbre & de Géométrie, il faut un œil exercé pour concevoir les figures dont une grande partie repréſente ſur un plan des objets en relief, avec des lignes qui ſe croiſent dans tous les ſens. Il ſeroit bon que les Lecteurs, qui deſireront ſuivre les détails de ces démonſtra-

tions, exécutassent eux-mêmes ou fissent exécuter, soit en carton, soit avec toute autre matière, des solides qui représenteroient les principales variétés des Crystaux; & y traçassent les lignes indiquées dans les figures. On pourra s'aider des développemens qui se trouvent à la tête de chaque article, pour donner à ces Crystaux artificiels des formes exactement semblables à celles des modèles produits par la Nature.

TABLE

DES ARTICLES.

ART. I. *De la structure des Crystaux en général, & de l'existence de la forme primitive renfermée dans chacun d'eux,* page 47

ART. II. *Des loix de décroissement auxquelles sont assujetties les lames composantes des Crystaux, considérées dans le passage de la forme primitive aux formes secondaires,* 56

ART. III. *Application aux Crystaux de spath calcaire,* 75

ART. IV. *Application aux Spaths pesans,* 119

ART. V. *Application aux Spaths fluors-phosphoriques,* 134

ART. VI. *Application aux Crystaux de Gypse,* 146

ART. VII. *Application aux Crystaux de Grenats,* 169

ART. VIII. *Application aux Topazes du Brésil & de Saxe,* 188

ART. IX. *Application au Grès crystallisé de Fontainebleau,* 204

ART. X. *Observations & conjectures sur la formation & sur l'accroissement des Crystaux,* 206

EXTRAIT des Registres de l'Académie Royale des Sciences, du 26 Novembre 1783.

MESSIEURS Daubenton & de la Place ayant rendu compte d'un Ouvrage intitulé : *Essai d'une Théorie sur la Structure des Crystaux*, *par M. l'Abbé HAÜY*, l'Académie a jugé cet Ouvrage digne de son approbation, & d'être imprimé sous son Privilége : en foi de quoi j'ai signé le présent Certificat. A Paris, le 26 Novembre 1783, *signé* le Marquis DE CONDORCET, Secrétaire Perpétuel.

Fautes essentielles à corriger.

Pag. 70, lig. 16, *ort*, lisez *ori*.

Id. lig. 19, *rt* parallèle à *io*, lisez *ri* parallèle à *to*.

INTRODUCTION,

INTRODUCTION.

SOUS quelque point de vue que l'on envisage la Nature, on est frappé de l'abondance & de la variété de ses productions. Tandis qu'elle embellit & anime la surface du globe par la succession constante des êtres organisés ; elle travaille en secret, dans les cavités souterraines, sur la matière inorganique, & semble se jouer dans la diversité des formes géométriques qui naissent de son opération. On sait que quand les molécules des substances minérales se trouvent suspendues librement dans un fluide avec le degré de pureté & de ténuité nécessaire ; quand elles jouissent, selon l'expression si nette & si

précise de M. Daubenton (1), *du temps, de l'eſpace & du repos*, elles cèdent à la tendance qu'elles ont les unes vers les autres, s'approchent, ſe réuniſſent & forment par leur aſſemblage des polyèdres terminés ordinairement par des faces planes. Ce ſont ces corps auxquels on a donné le nom de cryſtaux, & dont l'étude, mieux ſuivie depuis un certain nombre d'années, a découvert aux yeux des Naturaliſtes un nouvel ordre de faits intéreſſans, où l'on voit jusqu'aux moindres molécules de la matière ſoumiſes, par une Sageſſe ſuprême, à des loix toujours ſubſiſtantes, d'où naiſſent l'harmonie & la régularité.

L'étude dont il s'agit, & en général celle des minéraux, eſt bornée à un nombre de genres beaucoup moins conſidérable que celle des animaux & des plantes; & à cet égard, elle exige

(1) Leçons de Minéralogie.

moins d'efforts de la part de l'eſprit, qui, étant moins partagé par la multitude des objets, en ſaiſit plus facilement l'enſemble & les rapports mutuels. Mais la diverſité des formes dont une même ſubſtance eſt ſuſceptible, offre ici un grand obſtacle de plus à vaincre. Dans les animaux & les végétaux, les divers individus d'une même eſpèce portent, pour ainſi dire, l'empreinte viſible d'un modèle commun; la grandeur de l'objet, les dimenſions reſpectives de ſes parties, leurs couleurs, peuvent varier : mais, au milieu de ces modifications accidentelles, la forme primitive ſubſiſte toujours, & s'annonce par des traits apparens & ineffaçables. Dans les minéraux au contraire, & ſur-tout dans les cryſtaux, les variétés d'une même ſorte paroiſſent ſouvent au premier aſpect, n'avoir entr'elles aucun rapport, & quelquefois même ceux que l'on y apperçoit deviennent une nouvelle ſource de difficultés. On

connoît, par exemple, trois rhomboïdes de ſpath calcaire (1), différens les uns des autres par leurs angles plans, ou, ce qui revient au même, plus ou moins ſurbaiſſés. Cette diverſité d'angles dans des formes analogues, que l'on doit ſuppoſer produites par des molécules parfaitement ſemblables, offre un fait peut-être encore plus ſurprenant, que la différence totale qui ſe trouve entre d'autres variétés du même ſpath.

Une difficulté d'un genre tout oppoſé, provient de la reſſemblance des formes dans des ſubſtances très-éloignées les unes des autres par leur nature. Les Obſervateurs exercés ſavent combien de minéraux divers affectent la figure de l'octaèdre & celle du cube.

Avant de faire connoître les moyens par leſquels j'ai eſſayé de lever une partie de ces difficultés, j'obſerverai

(1) Voyez ci-après, article I, n°. 3, la définition du mot *Rhomboïde*, d'après le ſens que j'ai cru devoir y attacher.

que l'on peut ſe propoſer deux choſes dans l'étude des cryſtaux : l'une, de tirer de leurs différentes formes, des caractères diſtinctifs, pour reconnoître les minéraux ; l'autre, de comparer ces formes les unes avec les autres, d'en ſaiſir les rapports & les différences, & même d'expliquer, s'il ſe peut, le méchaniſme interne de leur ſtructure ; de réduire, en un mot, la Cryſtallographie à une Science qui ait des principes fixes, d'où l'on puiſſe tirer des conſéquences propres à répandre du jour ſur une matière juſqu'ici enveloppée de tant d'obſcurités.

A l'égard du premier de ces objets, il eſt certain d'abord que jamais on ne pourra faire de la Cryſtallographie la baſe d'une diſtribution méthodique des minéraux. Outre qu'ils ne ſe préſentent ni toujours ni même tous dans l'état de cryſtaux, il faudroit, pour qu'on pût établir une méthode ſur ce fondement, que chaque ſorte de minéral affectât une

forme particulière qui lui appartînt à l'exclusion des autres, & dont les modifications, si elle en subissoit quelques-unes, fussent trop légères pour masquer la forme originaire au point de la rendre méconnoissable. Or, j'ai déjà remarqué combien les formes des crystaux étoient éloignées de se prêter à la simplicité de cet ordre. Ces formes ne peuvent donc être employées que subsidiairement, & comme caractères secondaires, avec ceux qui se tirent de la cassure, de la dureté, du poli, &c.; & c'est de cette manière qu'elles ont été employées par M. Daubenton, dans sa distribution méthodique du Règne Minéral.

Quant au second point, qui consiste à établir une théorie sur la Crystallisation, il m'a paru que l'on avoit trop négligé de faire les recherches qui pouvoient conduire à ce but. J'avoue qu'au premier coup-d'œil il se présente un si grand nombre de formes acciden-

telles, que l'on ne présume pas qu'il soit possible même d'entrevoir la marche de la Nature à travers cette multitude de déviations apparentes qui nous la dérobent. Cependant, en y regardant de plus près, on observe que beaucoup de formes, qui d'abord avoient paru semblables dans les crystaux de nature diverse, diffèrent entr'elles par les angles plans de leurs faces, par les inclinaisons respectives de ces mêmes faces, par les hauteurs des axes des pyramides qui se réunissent souvent base à base, pour former un seul crystal, &c. On remarque de plus que ces angles & ces axes sont constans dans la même variété de crystal, quel que soit le Pays d'où elle a été apportée, en supposant d'ailleurs qu'elle soit bien nette & bien prononcée. On apperçoit des passages d'une forme à l'autre, des gradations marquées, qui indiquent des rapprochemens que l'on n'avoit pas soupçonnés d'abord. Ce sont ces observations,

ſuivies avec ſoin, & ſouvent répétées, qui m'ont fait naître le déſir & l'eſpérance de faire un nouveau pas dans la connoiſſance des cryſtaux, & de répandre quelque jour ſur cette matière, d'autant plus intéreſſante, qu'elle tient très-probablement à l'une des cauſes générales du mouvement des corps & aux plus grands phénomènes de la Nature.

Au reſte, mon deſſein n'a pas été de rechercher la manière dont agiſſent les forces primitives auxquelles eſt ſoumiſe la cryſtalliſation. Je ne ſais s'il ſeroit poſſible d'avoir égard à tous les élémens qui doivent entrer dans une pareille théorie, tels que le volume des molécules ſur leſquelles les forces dont il s'agit exercent leur action, le degré de denſité du fluide, ſon degré de température, la forme de la cavité, & autres circonſtances ſemblables, qui influent néceſſairement dans la formation des cryſtaux, & qu'il faudroit ſou-

mettre au calcul, pour résoudre complettement les problêmes de cet ordre. Je me suis borné à un genre de recherches plus à ma portée, en me proposant de déterminer la forme des molécules constituantes (1) des crystaux, & la manière dont elles sont arrangées entr'elles dans chaque crystal. C'est cette combinaison que j'appelle *structure*; & l'on verra, dans le cours de cet Ouvrage, qu'elle est soumise à un petit nombre de loix, dont les modifications combinées produisent toutes les variétés de formes que l'on observe dans les crystaux.

Les résultats auxquels conduit une pareille théorie, ne pouvoient être constatés qu'à l'aide de la Géométrie. L'aspect seul de ces polyèdres, sur lesquels il semble qu'une main exacte ait porté la règle & le compas, pour en

(1) Voyez ci-dessous, art. I, n°. 2, la définition de ce mot.

fixer les dimenſions, indique un objet ſuſceptible d'être ſoumis aux méthodes rigoureuſes des Sciences mathématiques: mais il falloit trouver dans l'objet même des données ſuffiſantes pour exclure toute ſuppoſition arbitraire, & pour conduire à des ſolutions qui repréſentaſſent les vrais réſultats du travail de la Nature.

Une obſervation que je fis ſur le ſpath calcaire en priſme à ſix pans, terminé par deux faces exagones (1), me ſuggéra l'idée fondamentale de toute la théorie dont il s'agit. J'avois remarqué qu'un cryſtal de cette variété, qui s'étoit détaché par hazard d'un groupe, ſe trouvoit caſſé obliquement, de manière que la fracture préſentoit une coupe nette, & qui avoit ce brillant auquel on reconnoît le poli de la Nature. J'eſſayai ſi je ne pourrois point faire, dans ce même priſme, des coupes

(1) Voyez le n°. 28.

dirigées selon d'autres sens ; & après différentes tentatives, je parvins à obtenir de chaque côté du prisme trois sections obliques : & par de nouvelles coupes parallèles aux premières, je détachai un rhomboïde parfaitement semblable au spath d'Islande, & qui occupoit le milieu du prisme. Frappé de cette observation, je pris d'autres spaths calcaires, tel que celui qui forme un rhomboïde à angles très-obtus (1), celui dont la surface est composée de douze plans pentagones (2) ; & j'y retrouvai le même noyau rhomboïdal que m'avoit offert le prisme dont j'ai parlé plus haut.

Des épreuves semblables, faites sur des crystaux de plusieurs autres genres, assez tendres pour être divisés nettement, me donnèrent des noyaux qui avoient d'autres formes, mais dont cha-

---

(1) Voyez le n°. 22.

(2) Voyez le n°. 25.

cune étoit invariable dans le même genre de cryſtal. Je crus alors être fondé, d'après les tentatives faites ſur les cryſtaux mentionnés, & d'après des raiſons d'analogie pour les cryſtaux que leur dureté ne permettoit pas de diviſer, à établir ce principe général, que toute variété d'un même cryſtal renfermoit, comme noyau, un cryſtal qui avoit la forme primitive & originaire de ſon genre.

Cette forme, comme on le voit, n'eſt point priſe arbitrairement, mais indiquée par la Nature elle-même : auſſi verra-t-on dans cet Ouvrage qu'elle eſt ſouvent fort différente de celles qui ont été adoptées par d'autres Auteurs pour les divers genres de cryſtaux, ſans aucune raiſon de préférence fondée ſur l'expérience & l'obſervation.

La forme primitive, conſidérée par rapport à chacun des cryſtaux ſecondaires d'un même genre, repréſente un polyèdre inſcrit dans un autre

polyèdre, qui varie pour la figure, le nombre & la diſpoſition de ſes faces : tantôt c'eſt un priſme ſans pyramide ; tantôt le priſme a une pyramide à chacune de ſes extrémités ; d'autres fois enfin, c'eſt un aſſemblage de pyramides groupées régulièrement.

Lorſque les cryſtaux ſont aſſez tendres pour être diviſés, on peut faire dans le noyau des ſections parallèles à ſes différentes faces ; toute la matière enveloppante ſe diviſe auſſi parallèlement aux faces du noyau : en ſorte que toutes les parties que l'on retire par ces différentes ſections ſont ſemblables entr'elles & au noyau. Il en faut cependant excepter les parties ſituées ſur le bord des lames compoſantes, qui ſe préſentent ſous une forme différente des autres. Pour concevoir que cela doit être ainſi, ſuppoſons un cube inſcrit dans un octaèdre ; ſi l'on diviſe l'octaèdre par des ſections parallèles aux faces du cube, il eſt clair que l'on

retirera, par ces ſections, une multitude de petits cubes de l'intérieur de l'octaèdre ; mais les parties ſituées près de la ſurface ne pouvant avoir leurs faces extérieures parallèles aux faces correſpondantes du cube, n'auront pas non plus la forme cubique : en ſorte que la diviſion donnera toujours un reſte.

Il y a plus ; quand même on ſuppoſeroit aux parties d'un cryſtal ſecondaire des formes différentes de celles que l'on obtient par les ſections dont j'ai parlé, il ſeroit encore impoſſible de réduire le cryſtal, en concevant ſa ſurface liſſe & polie, à un aſſemblage de molécules toutes ſemblables entr'elles. Que l'on prenne, par exemple, d'une part un rhomboïde ſemblable au ſpath d'Iſlande, & de l'autre un priſme à ſix pans, terminé par deux faces exagones, qui eſt, comme je l'ai dit, une des variétés du ſpath calcaire, tout Géomètre ſentira facilement que ces deux cryſtaux, en ſuppoſant leurs ſur-

faces parfaitement de niveau dans toute leur étendue, ne peuvent être composés de parties semblables, ou, ce qui revient au même, qu'il n'y a aucune forme de polyèdre qui puisse servir à tous les deux de mesure commune.

Ces considérations m'ont fait présumer que les faces des crystaux secondaires ne devoient pas être considérées comme des plans géométriques, mais qu'elles étoient pleines de petites inégalités : en sorte que leurs lames, au lieu d'avoir leurs bords de niveau, les avoient disposés en retraite, à-peu-près comme les degrés d'un escalier, & que même, dans plusieurs cas indiqués par la structure, comme on le verra dans la suite de l'Ouvrage, le bord de chaque lame, au lieu de former une arète continue, étoit comme dentelé, & formoit alternativement des angles rentrans & saillans.

Dans cette hypothèse, la plus natu-

relle, & même, j'ose le dire, la seule raisonnable que l'on pût imaginer, les parties d'une forme en quelque sorte étrangère, qui occupoient le contour des lames, n'offroient qu'une apparence trompeuse ; & en supposant les divisions mécaniques du cryftal pouffées jufqu'à leur dernière limite, c'eft-à-dire, jufqu'au point d'ifoler les molécules conftituantes, ces parties s'évanouiffoient entièrement; il ne reftoit plus alors que des molécules exactement femblables entr'elles, & au noyau renfermé dans le cryftal, dont la ftructure, confidérée fous ce point de vue, fe trouvoit ramenée à une parfaite uniformité.

Si l'on fait attention à l'extrême petiteffe des molécules conftituantes des cryftaux, on concevra aifément que, dans le cas d'une cryftallifation parfaitement régulière, les vacuoles & les inégalités dont j'ai parlé doivent être nulles pour nos fens. Mais il s'en faut bien

bien que toutes les conditions requiſes pour conduire la Nature au but de ſon opération, ſe trouvent toujours réunies. Gênée dans ſa marche par mille accidens & par l'action de différentes cauſes perturbatrices, elle agit ſouvent par des degrés intermittens, laiſſe ſon ouvrage imparfait, quelquefois ne fait que l'ébaucher, & par-là même ſe décèle à des yeux attentifs, & donne à entrevoir le ſecret de ſon opération. On obſerve alors ſur la ſurface des cryſtaux, tantôt des ſtries ou cannelures, qui indiquent non-ſeulement la poſition des lames, mais même leur retraite; tantôt des aſpérités, qui annoncent les petites ſaillies dont les rebords des mêmes lames ſont tout hériſſés.

Ces indices m'ont paru confirmer l'hypothèſe dont j'ai parlé: cependant, pour lui donner le plus grand degré de probabilité poſſible, il falloit encore y imprimer, pour ainſi dire, le ſceau du calcul; & c'eſt alors que la Géo-

métrie devenoit d'un uſage indiſpenſable : mais on ne pouvoit appliquer ici le calcul, ſans connoître la forme exacte des molécules conſtituantes. Or, les ſections que l'on peut faire dans un cryſtal ne donnent pas préciſément cette forme ; elles déterminent ſeulement les angles des faces, & non pas les dimenſions reſpectives des côtés, puiſqu'entre deux ſections, on peut toujours en faire paſſer une troiſième, qui, ſans altérer les angles, changera les dimenſions de la figure produite par les premières ſections. Lorſqu'on diviſe, par exemple, un cube de ſel marin, on peut en retirer à volonté des parallélipipèdes rectangles de toutes ſortes de dimenſions reſpectives, ſuivant les diſtances que l'on mettra entre les ſections. Rien ne dit où il faudroit s'arrêter, parce qu'à quelqu'endroit que l'on eſſaye d'entamer le cryſtal, la ſection paſſera toujours entre deux molécules, ſans qu'on puiſſe jamais iſoler celles ci, à cauſe de leur extrême petiteſſe.

Pour avoir quelque chose de fixe à cet égard, j'ai choisi d'abord des cryſtaux dont on ne peut douter, ce me ſemble, que les molécules ne ſoient d'une figure parfaitement régulière, c'eſt-à-dire, n'aient leurs faces toutes égales & ſemblables entr'elles. Tels ſont entr'autres les cryſtaux de ſel marin & ceux de ſpath calcaire : la ſtructure même des variétés de ces cryſtaux indique viſiblement que les molécules de l'un ſont de vrais cubes, & celles de l'autre des rhomboïdes ; car ſi cela n'étoit pas, il faudroit dire, par exemple, qu'un noyau rhomboïdal de ſpath calcaire, au lieu d'être compoſé de petits rhomboïdes ſemblables à lui-même, ſeroit un aſſemblage de petites lames ou de parallélipipèdes, qui auroient une épaiſſeur moindre que leur largeur. Cela poſé, comme toutes ces lames s'appliqueroient les unes aux autres par leurs faces ſemblables pour former un rhomboïde tel que celui dont il s'agit, il

faudroit concevoir que toutes les grandes faces des lames composantes seroient parallèles à deux faces opposées du rhomboïde, & que les rebords ou petites faces des lames répondroient aux quatre autres faces du rhomboïde. Or, un pareil assemblage ne s'accorde point avec la structure & la forme des crystaux secondaires ; car, dans la plupart de ceux-ci, les parties surajoutées au noyau, forment des espèces de pyramides semblables entr'elles, & appliquées par leurs bases sur la différentes faces du noyau. Mais, dans l'hypothèse dont j'ai parlé, on ne conçoit pas comment la pyramide qui reposeroit sur une des faces du noyau, formée par les rebords des petites lames composantes, pourroit être parfaitement semblable à la pyramide appliquée sur la face voisine, qui seroit formée par les grandes faces des mêmes lames. La disposition symétrique de la matière enveloppante me semble annoncer évidemment que toutes

les faces du noyau ſont des aſſemblages de figures ſemblables entr'elles & à ces mêmes faces ; ce qui ſuppoſe que le noyau lui-même a pour molécules conſtituantes de petits rhomboïdes, plutôt que de ſimples lames.

La figure des molécules étant déterminée pour les cryſtaux dont je viens de parler, j'ai trouvé, par le calcul, que parmi une infinité de loix poſſibles de décroiſſemens, il n'y en avoit qu'un petit nombre auxquelles la formation de ces cryſtaux fût aſſujettie. Pour donner, dès maintenant, une idée de ces loix, ſuppoſons qu'on ſe propoſe de former, avec une multitude de petits cubes, une pile quadrangulaire régulière, c'eſt-à-dire, compoſée de couches qui aillent en décroiſſant uniformément de la baſe au ſommet. Il eſt clair qu'ayant pris à volonté, pour compoſer la première couche, un nombre quarré de petits ſolides cubiques, on pourra diſpoſer les couches ſuivantes de ma-

nière que chacune ait ſur ſon contour une, ou deux, ou trois rangées, ou un plus grand nombre encore, de moins que la couche qui ſe trouvera immédiatement au-deſſous ; en ſorte que les nombres des cubes qui compoſeront les couches ſucceſſives ſeront repréſentés par les termes d'une ſérie récurrente. Plus les cubes compoſans ſeront petits, plus la pile approchera de la forme d'une pyramide à faces liſſes : de manière que, ſi l'on ſuppoſe les cubes preſqu'infiniment petits, l'eſpèce d'eſcalier que forment les couches compoſantes par leur retraite, devenant inſenſible à l'œil, la pile ſe préſentera ſous l'aſpect d'une véritable pyramide quadrangulaire, dont la hauteur variera ſelon que la ſérie qui repréſente les couches de ſuperpoſition ſera plus ou moins convergente.

Telle eſt la manière dont il faut concevoir les décroiſſemens qui ſe font ſur les bords des lames qui compoſent

les cryſtaux ſecondaires. On verra dans cet Ouvrage que ces lames décroiſſent également par leurs angles, dans pluſieurs cas; mais toujours ſuivant une loi telle que les parties qui ſe trouvent ſupprimées à chaque application d'une nouvelle lame, ſont des rangées de molécules parfaitement égales & ſemblables à celles dont le noyau eſt l'aſſemblage. L'exiſtence des loix dont il s'agit eſt prouvée par l'accord du calcul avec l'obſervation, puiſque les angles, ſoit plans, ſoit ſolides, des cryſtaux, calculés d'après ces mêmes loix, ſe trouvent être les mêmes que ceux qu'on meſure immédiatement ſur le cryſtal.

En admettant ces loix, & en raiſonnant par analogie des autres cryſtaux dans leſquels les dimenſions reſpectives des molécules n'étoient pas déterminées, je fis l'opération inverſe ſur ces derniers cryſtaux; c'eſt-à-dire que je ſuppoſai d'avance les mêmes loix de décroiſſement que j'avois découvertes dans les

premiers cryſtaux, & d'après cette hypothèſe, je déterminai par le calcul la hauteur des molécules (1). J'expliquerai dans la ſuite de cet Ouvrage de quelle manière je ſuis parvenu à déterminer auſſi le rapport que gardent entr'eux les côtés des baſes de chaque molécule, dans le cas où ces baſes ſont, par exemple, des parallélogrammes obliquangles, ou des rhombes alongés, comme dans les molécules du gypſe.

Voilà à quoi ſe réduit le fonds de mon travail ſur les cryſtaux, & la théorie qui ſera développée dans le

(1) Il n'eſt pas inutile d'obſerver ici, que, même abſtraction faite des dimenſions reſpectives des molécules, l'exiſtence des loix de décroiſſement dont j'ai parlé n'en ſeroit pas moins prouvée. On ignoreroit ſeulement ſi ces décroiſſemens ſe font par une rangée de molécules, plutôt que par deux ou trois rangées, ou par un plus grand nombre. Mais il ſeroit toujours vrai de dire que les décroiſſemens qui ont lieu dans tel cas, ſeroient doubles, par exemple, de ceux que ſubiſſent les lames dans tel autre cas. Ainſi la théorie

cours de cet Ouvrage. Tout consiste à résoudre, dans chaque cas particulier, ce problême général : *Etant donné un crystal, déterminer la forme précise de ses molécules constituantes, leur arrangement respectif, & les loix que suivent les variations des lames dont il est composé.*

Les données à l'aide desquelles j'ai déterminé, soit la figure des molécules constituantes, soit la mesure des angles des crystaux, dépendent assez souvent d'une observation faite sur l'égalité sensible des inclinaisons respectives de certaines faces du crystal, ou sur celle de certains angles plans ; égalité que je suppose parfaite, d'après un principe dont je parlerai dans un moment. De

---

que je propose est indépendante à cet égard de l'hypothèse dans laquelle les décroissemens les plus ordinaires se font par une ou par deux rangées de molécules, quoique cette hypothèse me paroisse très-probable, ~~tant~~ à ~~cause de sa~~ grande simplicité, que parce qu'elle est la seule qui s'accorde avec la structure des crystaux secondaires, comme je l'ai prouvé ci-dessus.

même, lorſqu'un des angles ſaillans ou des angles plans d'un cryſtal eſt ſenſiblement droit, je le ſuppoſe tel en toute rigueur. Je préſume que les perſonnes qui ſe ſont exercées ſur les matières phyſiques, trouveront ces ſuppoſitions extrêmement plauſibles. Il paroît en effet qu'il y a certains points fixes & certaines limites déterminées auxquels la Nature s'arrête dans le cours de ſes opérations & de ſes mouvemens : telle eſt la direction ſuivant la perpendiculaire ; telles ſont les égalités entre certaines quantités du même ordre : en ſorte que, quand nous ne pouvons appercevoir aucune différence entre les réſultats de l'obſervation & les termes abſolus dont il s'agit, on en conclut, avec toute la vraiſemblance poſſible, que ceux-ci exiſtent réellement tels qu'ils nous paroiſſent (1).

---

(1) On a remarqué, par exemple, que la rotation de la lune autour de ſon centre avoit ſenſiblement la

Après tout, quand même les ſuppoſitions dont je viens de parler ne ſeroient pas abſolument exactes en elles-mêmes, tous les réſultats qui s'en déduiſent doivent être du moins regardés comme des approximations ſi voiſines des véritables réſultats, qu'il ne s'enſuit aucune erreur appréciable pour nos ſens. Au défaut des données dont il s'agit, j'ai été quelquefois obligé de meſurer un ou deux angles des cryſtaux, & j'ai déduit de ces meſures la valeur des autres angles (1).

---

même durée que ſa révolution périodique, ſans que jamais on ait pu découvrir entre ces deux durées la moindre différence appréciable. D'après cette obſervation, les Aſtronomes ſe croient fondés à admettre une égalité parfaite entre l'une & l'autre.

(1) Cette dépendance réciproque des différens angles d'un cryſtal, ſuffiroit ſeule pour prouver que l'uſage de la Géométrie n'eſt pas auſſi inutile qu'on pourroit le croire dans l'étude des cryſtaux. En évaluant l'un après l'autre par des moyens mécaniques tous les angles plans & ſolides d'un cryſtal, on ſe met infailliblement dans le cas d'aſſigner des meſures incompatibles entr'elles,

Dans tous les cas où l'obſervation m'a fourni des données ſuſceptibles d'une certaine préciſion, j'ai pouſſé l'évaluation des angles juſqu'aux ſecondes de degré; dans les autres cas, je me ſuis borné aux minutes. Pour vérifier ſur le cryſtal même les angles trouvés à l'aide du calcul, je me ſuis ſervi d'un inſtrument que j'ai fait conſtruire exprès avec tout le ſoin poſſible; & il m'a paru, ainſi que je l'ai déjà

& contradictoires aux principes de la Géométrie. Pour le peu que l'on ſoit verſé dans cette Science, on ſait que la valeur des différens angles d'un cryſtal ſuit auſſi néceſſairement de celle d'un ou deux premiers angles, que la valeur du troiſième angle d'un triangle ſuit de celle des deux autres. D'ailleurs, en employant le calcul, on a la liberté de choiſir pour angles fondamentaux ceux qui ſont le mieux exprimés ſur les cryſtaux, dont il n'arrive que trop ſouvent que certaines parties ſont ſujettes à des déviations capables de mettre l'inſtrument en défaut. On peut auſſi partir ſucceſſivement de deux ou trois angles bien prononcés, pour comparer enſuite les différens réſultats que l'on a obtenus, & parvenir à une plus grande préciſion, en rectifiant un réſultat par l'autre.

dit, que les angles dont il s'agit étoient conſtamment les mêmes que j'avois déterminés par la Trigonométrie. Les différences, s'il s'en trouvoit, étoient trop légères pour être attribuées à d'autres loix de décroiſſement, & ne pouvoient être l'effet que de quelques petites déviations occaſionnées par des circonſtances particulières; car il me ſemble que dans ce cas, comme dans une multitude d'autres, on doit regarder les réſultats que donne le calcul comme les limites dont la marche de la Nature s'approche d'autant plus, qu'elle eſt moins gênée par l'action des cauſes étrangères, ſans leſquelles elle atteindroit toujours ces mêmes limites, & nous offriroit autant de préciſion dans ſes effets, qu'il y en a dans nos calculs.

La théorie que je viens d'expoſer fournit un moyen facile pour ſuivre tous les paſſages d'une forme à une autre, & pour expliquer les facettes qui rem-

placent, dans certains cryſtaux, les angles ſolides ou les arêtes, & que j'appellerai, avec M. Daubenton, *facettes ſurnuméraires*. Par exemple, ſi des lames qui décroiſſoient ſimplement par leurs bords dans un cryſtal, viennent à décroître en même temps par quelques-uns de leurs angles dans un autre cryſtal, celui-ci aura quelques faces de plus que le premier; & ces faces ſeront tantôt verticales, tantôt plus ou moins inclinées, ſelon que les décroiſſemens ſe ſeront faits ſuivant une loi dont l'action aura été plus lente ou plus rapide. Mais ces inclinaiſons ne peuvent ſe faire que ſous un petit nombre de degrés différens, qui dépendent de la hauteur des molécules, & des loix qui agiſſent dans la Cryſtalliſation: en ſorte que le nombre des variétés d'un même cryſtal eſt néceſſairement limité. Lors donc que l'on dit que tel cryſtal n'eſt autre choſe qu'un premier cryſtal incomplet dans ſes arètes

ou dans ſes angles ſolides, on énonce un fait dont la loi des décroiſſemens fournit l'explication. Il y a auſſi des cryſtaux qui ne diffèrent, par rapport à d'autres cryſtaux, qu'en ce qu'ils ſont plus alongés dans un certain ſens; ou en ce qu'au lieu d'être ſimplement compoſés de deux pyramides appliquées baſe à baſe, ils ont un priſme interpoſé entre les deux pyramides, ce qui eſt encore une ſorte d'alongement. Toutes ces eſpèces de transformations ſe déduiſent des principes établis ci-deſſus.

Mais il faut bien obſerver que, même en s'en tenant au ſimple énoncé des faits, on ne peut établir aucune méthode avantageuſe pour expoſer la gradation des formes dont un même cryſtal eſt ſuſceptible, ſans partir de la véritable forme primitive du genre, c'eſt-à-dire, comme je crois l'avoir prouvé, de celle que donnent les ſections faites dans les cryſtaux, & les

autres indices de ſtructure combinés avec les loix auxquelles eſt aſſujetti le mécaniſme de cette ſtructure. Toute marche qui n'eſt point dirigée vers ce but, eſt eſſentiellement défectueuſe ; parce qu'elle eſt contraire à la marche de la Nature ; ou que ſi elle s'y rapporte quelquefois, ce n'eſt, pour ainſi dire, que par accident, & non par une ſuite des principes de la méthode, qui ne peut être en elle-même qu'arbitraire.

De même, lorſqu'on indique le paſſage d'une forme à une autre par le retranchement de certaines parties, ou par l'alongement d'un cryſtal dans tel ſens, il arrivera que ces indications ſeront juſtes toutes les fois que la choſe ſautera aux yeux, ſi j'oſe m'exprimer ainſi, ou qu'il ſera impoſſible de ſe tromper ſur la correſpondance des angles. Mais ſi une nouvelle loi de décroiſſement détermine dans une variété de cryſtal de nouveaux angles,

gles (1), qui ſe rapprochent ſenſiblement, par leur valeur, de ceux de la forme primitive que l'on a adoptée : alors, en eſtimant le ſens dans lequel cette forme aura varié, d'après des moyens mécaniques qui ne peuvent jamais donner avec préciſion la valeur des angles, ſur-tout lorſqu'on opère ſur de petits objets, on s'expoſera à prendre le paſſage d'une forme à une autre à contre-ſens de la ſtructure ; on confondra les angles ſecondaires avec les angles primitifs, dont ils différeront réellement, quoique d'une petite quantité, telle qu'un ou deux degrés ; ou bien l'on aſſignera des valeurs différentes au même angle que l'on aura meſuré ſur un ſecond cryſtal ſans le reconnoître. Dans toutes les indications de ce genre, il faut abſolument prendre la ſtructure

(1) On peut voir à l'article des ſpaths peſans (n°. 41 & ſuiv.), pluſieurs exemples de ces valeurs rapprochées dans des angles qui tiennent cependant à des circonſtances très-différentes les unes des autres.

pour guide, si l'on veut éviter les méprises dans lesquelles peut entraîner la considération isolée des formes extérieures.

Il résulte de ce que je viens de dire, que toutes les formes secondaires sont autant de variétés de la forme primitive, lesquelles peuvent être considérées comme produites par excès ou par défaut. Par exemple, la forme rhomboïdale du spath d'Islande est la forme primitive du genre des spaths calcaires. Prenons d'une autre part le spath calcaire à douze plans pentagones : ce dernier crystal peut être conçu comme formé par un noyau de spath d'Islande, avec un surcroît de matière qui l'enveloppe, & le change en dodécaèdre ; &, sous ce point de vue, le dodécaèdre sera une variété par excès du spath d'Islande. Mais si l'on fait attention, d'un autre côté, que les lames surajoutées au spath d'Islande sont restées incomplettes, soit par leurs bords, soit

par leurs angles dans le paſſage de la forme rhomboïdale à celle du dodécaèdre ; ou, ce qui revient au même, ſi l'on ſuppoſe que toutes les lames qui compoſent la matière environnante du noyau deviennent tout-à-coup complettes, en reprenant les parties qui leur manquent : alors le dodécaèdre deviendra un cryſtal rhomboïdal ſemblable au noyau, excepté que ſon volume ſera plus conſidérable ; & ce même dodécaèdre, enviſagé ſous cet aſpect, ſera une variété par défaut du ſpath d'Iſlande.

J'ai dit qu'on voyoit aſſez ſouvent des cryſtaux de différentes natures ſe préſenter ſous des formes ſemblables. La difficulté qui réſulte de cette reſſemblance ſe trouve en partie levée par les obſervations que j'ai faites ſur la ſtructure des cryſtaux. J'ai trouvé que ceux qui avoient la même forme étoient auſſi compoſés aſſez ordinairement de molécules, qui différoient entr'elles pour

la figure, mais qui, par leurs diverſes combinaiſons, produiſoient des polyèdres terminés de la même manière. C'eſt ainſi que le ſel marin cubique & le ſpath phoſphorique de la même forme, ont pour molécules, le premier des cubes, & le ſecond des octaèdres.

Il eſt cependant très-probable qu'il y a des cryſtaux de nature différente, ſoit qu'ils aient ou non la même forme, qui ſont des aſſemblages de molécules conſtituantes ſemblables entr'elles; car celles-ci étant elles-mêmes des compoſés de molécules élémentaires, il ſe peut que différens principes, combinés de diverſes manières, produiſent des molécules conſtituantes de même forme; comme on voit des molécules conſtituantes, différentes par leur figure, compoſer des polyèdres qui ſe reſſemblent par l'extérieur. Ainſi, quoique l'on puiſſe aſſurer, ce me ſemble, que des cryſtaux, ſemblables entr'eux quant à leur forme, ſont toujours de diffé-

rentes natures, lorſque les molécules conſtituantes dont ils ſont l'aſſemblage ont des formes différentes, on n'a pas droit d'admettre la propoſition inverſe ; ſavoir, que quand les molécules ſont ſemblables par leur figure, la nature des cryſtaux eſt auſſi la même. L'étude des cryſtaux ne peut donc ſervir, comme je l'ai déjà remarqué, qu'à lever une partie de la difficulté dont il s'agit. Pour en avoir l'entière ſolution, il faudroit être en état de déterminer la figure des molécules élémentaires ; réſultat dont nous ſommes encore bien éloignés, malgré les progrès ſenſibles qu'a faits la Chymie dans ces derniers temps.

Quelque ſimples & vraiſemblables que m'euſſent paru, dès le commencement, les différentes vues que je viens d'expoſer, j'étois bien déterminé à ne pas m'en rapporter à mon propre jugement. J'ai trouvé, ſi j'oſe ainſi parler, une récompenſe bien précieuſe de cette

résolution dans les encouragemens que j'ai reçus de M. Daubenton, qui, par l'intérêt qu'il a pris à mon travail, & par le conseil qu'il m'a donné de le présenter à l'Académie, a mis le comble aux obligations que je lui avois déjà pour avoir guidé mes premiers pas dans l'étude de l'Histoire Naturelle: heureux si j'avois pu puiser en même temps, dans ses leçons, cette justesse de coup-d'œil; cette manière exacte & précise d'étudier, de suivre, d'approfondir un objet, qui en fait connoître tous les points de vue, & n'en laisse appercevoir aucune partie qui ne soit bien éclairée! L'application que j'ai essayé de faire de la Géométrie à l'Histoire Naturelle, m'avoit mérité encore l'accueil & les bontés de M. Bezout; & personne n'a plùs de motifs que moi de partager les regrets de l'Académie, qui pleure, dans ce Savant aimable & vertueux, un de ses Membres les plus illustres. M. de la Place, distingué éga-

lement, & par ſes profondes recherches ſur pluſieurs branches de calcul, & par la variété de ſes connoiſſances, a bien voulu permettre auſſi que je lui fiſſe l'expoſition de ma théorie, & m'exciter à de nouvelles recherches, dont le fruit a été la découverte des loix auxquelles eſt ſoumiſe la ſtructure des cryſtaux. J'avoue qu'il eſt doublement flatteur pour moi de pouvoir ici en même temps acquitter ma reconnoiſſance, & citer en ma faveur des noms auſſi propres à inſpirer la confiance.

Dans le temps où je commençois à me livrer à l'étude de la ſtructure des cryſtaux, j'ai eu occaſion de lire un Mémoire de M. Bergmann ſur la Cryſtalliſation, qui ſe trouve parmi ceux de l'Académie d'Upſal, pour l'année 1779. Le but de cet illuſtre Chymiſte eſt de rapporter la formation de différens cryſtaux à la figure du ſpath d'Iſlande, c'eſt-à-dire, d'un cryſtal rhomboïdal, dans lequel l'angle obtus de

chaque face eſt de 101° ½. Cette forme eſt comme la baſe ſur laquelle travaille M. Bergmann, pour expliquer la formation de pluſieurs ſpaths calcaires, de l'hyacinthe, du grenat dodécaèdre, de quelques ſchorls, & de la marcaſſite à douze plans pentagones. Il conçoit que ces différens cryſtaux ſont formés par des plans tantôt conſtans & tantôt décroiſſans, qui s'accumulent ſur les faces du rhomboïde central.

J'ai été frappé ſur-tout de l'explication qu'il donne du ſpath calcaire à douze faces, qui ſont des triangles ſcalènes (1) : on la trouvera expoſée dans cet Ouvrage à l'article de ce cryſtal, N°. 33. Cette explication eſt très-bien vue, entièrement conforme à la Nature; & M. Bergmann l'a vérifiée lui-même par les fractures faites dans le cryſtal, comme je le dirai au même endroit :

---

(1) C'eſt celui qu'on appelle vulgairement *dent de cochon*.

& s'il eût également suivi pour les autres crystaux l'indication de la Nature ; s'il ne se fût point livré à des conceptions purement hypothétiques, qui ne s'accordent point avec l'observation, ainsi qu'on en pourra juger par la discussion où je suis entré (N°. 26), au sujet de l'explication qu'il donne du spath à douze plans pentagones, il eût ajouté l'honneur d'avoir obtenu un plein succès, à celui d'avoir publié le premier des vues satisfaisantes sur la structure des crystaux (1).

Je dirai maintenant un mot du plan que je me suis tracé dans cet Ouvrage. J'ai développé, avec le plus de clarté qu'il m'a été possible, dans les deux premiers articles, les principes sur les-

---

(1) M. Bergmann a publié depuis, dans ses Opuscules chymiques, Tom. II, pag. 1re & suiv., ce même Mémoire qu'il a fort étendu, & auquel il a ajouté de nouvelles vues sur la formation des premières molécules des crystaux, mais qui n'ont aucun rapport avec la manière dont j'ai envisagé la Crystallisation.

quels eſt fondée la théorie de la ſtructure des cryſtaux. Obligé de citer des exemples, je les ai choiſis parmi les cryſtaux dont la forme m'a paru la plus ſimple. Les articles ſuivans renferment des applications de cette même théorie, faites principalement à ſix genres de ſubſtances cryſtalliſées; ſavoir, les ſpaths calcaires, les ſpaths peſans, les ſpaths fluors phoſphoriques, les gypſes, les grenats, & les topazes de Saxe & du Bréſil.

Je commence chaque article par déterminer la forme primitive du genre (1), & en même temps celle des molécules

---

(1) J'ai pris le terme de *forme primitive* dans un ſens moins ſtrict que je n'aurois pu le faire, en entendant par cette forme celle des molécules conſtituantes. La forme primitive, telle que je l'ai conſidérée dans cet Ouvrage, eſt celle qui ne peut plus être diviſée que par des ſections parallèles à ſes différentes faces, & dont les lames, lorſqu'on les ſous-diviſe, donnent toutes parties ſemblables entr'elles & aux molécules conſtituantes, ſans aucun reſte. Cette manière de voir m'a paru plus conforme à la marche de la Nature,

qui compoſent les cryſtaux de ce genre : de-là je paſſe aux formes ſecondaires, qui m'ont paru les plus remarquables. J'indique d'abord le développement du cryſtal, qui en eſt comme la définition. J'explique enſuite ſa ſtructure, & je détermine les loix des décroiſſemens que ſubiſſent les lames dont il eſt formé. Je déduis enfin de ces loix, la meſure des angles plans. Dans les calculs que j'ai été obligé de faire pour évaluer ces angles, j'ai tâché de réſoudre le moins de triangles qu'il m'a été poſſible. On ſait que les valeurs des logarithmes des ſinus, co-ſinus, tangentes, &c., ainſi que de ceux des nombres naturels, n'ont pu être trouvées que par approximation; en ſorte que les réſultats auxquels on parvient, après avoir réſolu une ſuite de triangles, ſont néceſſaire-

---

qui nous offre plus ſouvent les cryſtaux ſous une forme telle que je viens de la définir, que ſous celle qui repréſenteroit rigoureuſement la molécule conſtituante du genre.

ment affectés de quelques légères erreurs. J'ai donc préféré, dans tous les cas qui m'en ont paru susceptibles, l'usage des équations, dont les termes représentent toujours d'une manière rigoureuse le rapport des lignes qui servent de données pour parvenir à la solution du problême. Outre l'avantage d'une plus grande précision dans les résultats, cette marche m'en a procuré un autre, je veux dire celui de découvrir, dans les crystaux, quelques propriétés géométriques, qui, à la vérité, n'ont rien de démonstratif par rapport à la théorie que j'ai établie, mais qui m'ont paru assez curieuses pour n'être pas négligées. On en verra des exemples dans les spaths calcaires.

L'article qui termine cet Ouvrage renferme quelques vues sur la formation même des crystaux, & sur la manière dont je présume que leur accroissement se combine avec leur structure.

La nouveauté d'une théorie que je

regarde comme très-susceptible d'être perfectionnée, & l'espace qui me reste encore à parcourir pour arriver au terme de mon travail, ne me permettent d'offrir cet Ouvrage au Public que comme un simple ESSAI. Je me ferai un devoir de profiter de toutes les remarques qui me seront communiquées, & qui tendront à donner plus de précision à mes résultats, ou à rectifier ce qui ne se trouveroit pas exactement conforme à la Nature, dans les explications que j'ai données de la structure des crystaux. Je me propose de traiter, d'après les mêmes principes, le plus grand nombre de substances crystallisées qu'il me sera possible. Je présume, par les tentatives que j'ai déjà faites, qu'il s'en trouvera plusieurs qui offriront des indices trop légers de structure, pour que l'on puisse rien prononcer à cet égard d'une manière certaine. En exposant alors mes idées, je ne les donnerai que pour de simples apperçus, qui auront besoin d'être vérifiés par des

obſervations ultérieures, & qui, à ce défaut, pourront du moins devenir, entre des mains plus habiles, une matière de recherches plus profondes & plus heureuſes. Puiſſé-je trouver, dans l'accueil des vrais Savans, de nouveaux encouragemens pour étendre mes vues, multiplier les applications que l'on en peut faire, & contribuer, autant qu'il dépendra de moi, aux progrès d'une Science, qui, récente encore, mais cultivée de toutes parts & ſous différens aſpects par des Obſervateurs d'un mérite très-diſtingué, fera ſans doute une époque intéreſſante parmi les divers genres de connoiſſances dont notre ſiècle a enrichi le domaine de l'eſprit humain !

ESSAI
D'UNE THÉORIE
SUR LA STRUCTURE
DES CRYSTAUX,
Appliquée à plusieurs genres de substances crystalisées.

ARTICLE PREMIER.

De la structure des Crystaux en général, & de l'existence de la forme primitive renfermée dans chacun d'eux.

1. POUR peu que l'on observe la Nature avec des yeux attentifs & avec un esprit libre de préjugés, on se convaincra facilement que

les minéraux ſont totalement dénués de l'eſpèce d'organiſation que quelques Auteurs leur ont attribuée. Cette qualité ſuppoſe des vaiſſeaux deſtinés à recevoir les fluides qui tendent à s'y introduire, & un mouvement interne capable de favoriſer le cours de ces fluides, & de contribuer au développement & à la conſervation de l'individu. Un examen réfléchi des minéraux décèle au contraire un défaut abſolu de jeu & de ſoupleſſe dans leurs parties internes, une ſimple ſtructure ſans organes & ſans fonctions, en un mot, un aſſemblage purement ſymétrique de molécules réunies ſucceſſivement les unes aux autres par une force attractive, dont la nature & la manière d'agir ſont encore peu connues, mais dont l'exiſtence eſt atteſtée par un trop grand nombre de faits pour qu'on puiſſe la révoquer en doute.

2. Tout minéral qui ſe préſente ſous une forme régulière, & dont les faces peuvent être repréſentées par des figures géométriques, porte le nom de *cryſtal*. Il y a deux choſes à conſidérer dans la ſtructure d'un cryſtal : 1°. la figure de ſes molécules conſtituantes ; 2°. l'arrangement qu'elles gardent entr'elles, & d'où dépend la figure même du cryſtal. J'entends par *molécules conſtituantes* celles qui, ſuſpendues d'abord

d'abord dans le fluide où elles étoient en diſſolution, ſe ſont attirées mutuellement, & réunies pour former, par leur aggrégation, des polyèdres de figure régulière. Tout ce qui s'étend juſqu'à cette limite incluſivement, eſt du reſſort de l'Hiſtoire Naturelle. Le Chymiſte, qui commence où finit le Naturaliſte, décompoſe les cryſtaux juſques dans leurs molécules conſtituantes, pour y retrouver les premiers principes ou les élémens des corps.

3. Parmi les différentes formes ſous leſquelles une même ſubſtance cryſtalliſée peut ſe préſenter, il y en a une que l'on doit regarder comme la forme primitive, dont toutes les autres ne ſont que des modifications, quelque peu de rapport qu'elles ſemblent ſouvent avoir, au premier coup-d'œil, avec cette même forme à laquelle elles tiennent par une origine commune. Cette forme, indiquée par la Nature même, ainſi qu'on le verra bientôt, & non pas priſe arbitrairement & comme au haſard, eſt dans le ſel marin celle d'un cube parfait, dans le ſpath fluor phoſphorique celle d'un octaèdre, dans d'autres genres de cryſtaux celle d'un ſolide rhomboïdal (1), dont les angles

(1) J'appellerai, dans le cours de cet Ouvrage, *ſolide rhomboïdal*, ou ſimplement *rhomboïde*, un paralléli-

ſont plus ou moins ouverts, ſelon les différentes natures des ſubſtances cryſtalliſées. La forme primitive paroît être le réſultat de la cryſtalliſation la plus parfaite dont un minéral ſoit ſuſceptible ; mais ce n'eſt pas toujours celle qui ſe rencontre le plus ordinairement. Le cube eſt beaucoup plus commun dans le genre des ſpaths phoſphoriques que l'octaèdre, qui eſt cependant la forme primitive de ce genre de cryſtaux. Toutes les formes qui diffèrent de la forme primitive, porteront, dans cet Ouvrage, le nom de *formes ſecondaires*.

4. On trouve un certain nombre de cryſtaux qui ſont aſſez tendres pour être diviſés par le moyen d'un inſtrument tranchant. Avec un peu de tâtonnement & d'habitude, on parvient à ſaiſir les joints des lames dont ces cryſtaux ſont composés, à détacher ces lames les unes des autres, à ſous-diviſer enſuite chacune d'elles en parties régulières, & dont les ſurfaces ont ce reflet brillant auquel on re-

---

pipède obliquangle, dont les ſix faces ſont des rhombes tous égaux & ſemblables entr'eux. La dénomination de rhomboïde, à laquelle les Géomètres ont attaché une idée différente, m'a paru la plus ſimple que je puſſe employer; elle eſt fondée d'ailleurs ſur l'analogie avec les expreſſions de *ſphéroïde*, d'*ellipſoïde*, &c., qui déſignent des ſolides, & non de ſimples ſurfaces.

connoît le poli de la Nature (1). Cette eſpèce de diſſection des cryſtaux offre des indices d'autant plus certains de leur ſtructure, qu'on ne peut diviſer que dans un ſens déterminé, pour obtenir des portions de cryſtal à ſurfaces planes & brillantes, toutes les ſections que l'on tenteroit de faire dans d'autres ſens ne produiſant que des fragmens d'une forme irrégulière, parce qu'alors on briſe au lieu de diviſer.

5. J'ai obſervé que tous les cryſtaux qui ſe prêtoient à ces ſections renfermoient un noyau de forme primitive, quelle que fût d'ailleurs

---

(1) Il y a peu de pierres ou de ſels cryſtalliſés qui n'offrent des coupes nettes dans des ſens parallèles au moins à deux faces oppoſées de la forme primitive, & ſur leſquels on ne puiſſe faire une opération ſemblable à celle que font les Lapidaires en clivant une pierre précieuſe. J'ai même trouvé un certain nombre de ſubſtances métalliques, qui ſe prêtoient à cette opération. Ces coupes une fois déterminées, la poſition des autres faces ſe conclut beaucoup plus aiſément des autres indices de ſtructure que l'on obſerve ſur les cryſtaux. Cette différence de cohéſion par rapport aux diverſes faces des molécules voiſines dans certains cryſtaux, me paroît dépendre en grande partie de l'étendue même de ces faces, & du nombre des points de contact, qui ſont plus multipliés ſur les faces dont l'adhérence eſt plus forte.

celle du cryſtal ſur lequel on opéroit; en ſorte qu'en enlevant par des coupes ſucceſſives & parallèles toute la matière appliquée ſur ce noyau, on pouvoit aiſément le mettre à découvert. L'analogie & des indices extérieurs de ſtructure, dont je parlerai dans la ſuite, m'ont ſervi à étendre cette obſervation aux cryſtaux que leur trop grande dureté ne permet pas de diviſer: en ſorte qu'il n'y a, ce me ſemble, aucun lieu de douter que ce ne ſoit un fait général pour tous les genres de ſubſtances cryſtalliſées. Pour éclaircir ce que je viens de dire par un exemple, je choiſis de préférence le ſpath fluor phoſphorique cubique, à cauſe de la ſimplicité de ſa forme.

Soit BDENML (*Pl.* I. *fig.* 1.), un de ces cryſtaux cubiques. Si l'on eſſaye de le diviſer par des ſections parallèles à ſes faces, on éprouvera une réſiſtance conſidérable; & ſi l'on parvient à vaincre cette réſiſtance par des efforts réitérés, on n'obtiendra que des fragmens irréguliers: mais ſi l'on dirige le plan coupant ſuivant une ligne gf parallèle à la diagonale BE de l'une quelconque des ſix faces, & que de plus on donne au même plan coupant, par rapport à cette face, une inclinaiſon qui doit être à-peu-près de 54° &

demi (1), on enlevera ſans peine la pyramide ou l'angle ſolide I*ghf*, dont la baſe ſera un triangle équilatéral *gfh*. A quelqu'endroit que l'on tente d'entamer le cryſtal, on trouvera par-tout la diviſion également facile, pourvu que le plan coupant ſoit toujours dirigé dans le ſens que j'ai indiqué; d'où il ſuit qu'en faiſant des ſections parallèles, & priſes à de petites diſtances dans la pyramide I*ghf*, on enlevera des lames triangulaires équilatérales, qui iront en croiſſant uniformément vers le centre du cryſtal.

Suppoſons la diviſion continuée ſucceſſivement ſur les huit angles ſolides du cryſtal, & toujours dans des parties correſpondantes, & ſituées à des diſtances égales du centre. Lorſque l'on ſera arrivé au milieu des côtés du cryſtal, les ſections voiſines ſe toucheront; &, paſſé ce terme, elles s'entrecouperont mutuellement: de manière que les triangles équilatéraux reſteront incomplets dans leurs ſommets, & ſe changeront en exagones, tels que *abcdfe* (*fig.* 2). Dans les ſections ultérieures, les petits côtés *ab*, *cd*, *fe* de ces exagones

(1) La véritable meſure de cet angle eſt de 54° 44′, comme il eſt facile de s'en convaincre par le calcul, d'après la diſpoſition du noyau.

s'accroîtront par degrés; & il y aura un point où l'exagone deviendra régulier comme *hopsri*. Si l'on continue les ſections au-delà de ce point, les côtés *op*, *sr*, *ih* de l'exagone deviendront, à leur tour, les grands côtés, & iront toujours en augmentant; en ſorte qu'enfin la figure paſſera au triangle équilatéral *gnm*; &, à ce terme, le noyau du cube ſera découvert, & ſe préſentera ſous la forme d'un octaèdre à faces triangulaires équilatérales. On peut encore faire dans ce noyau des ſections parallèles à ſes différentes faces; chacune même des lames compoſantes du cryſtal dont il s'agit (& il en faut dire autant de tous les autres cryſtaux) peut auſſi être ſous-diviſée par des coupes parallèles aux faces du noyau. Mais comme la ſtructure du ſpath phoſphorique préſente une difficulté à réſoudre, par rapport aux parties dont il ſe trouve compoſé en dernier réſultat, lorſqu'on pouſſe la diviſion mécanique auſſi loin qu'elle puiſſe aller, je me borne, pour le moment, à la conſidération du noyau octaèdre que l'on en retire par les ſections déſignées. Au fond, la forme du noyau exiſte par-tout dans le cryſtal, puiſqu'il n'y a aucun endroit où l'on ne puiſſe faire des ſections parallèles aux faces d'un octaèdre. Mais la manière d'opérer que j'ai indiquée, me

paroît jetter plus de jour ſur la ſtructure des cryſtaux, en faiſant enviſager la forme primitive comme une partie fondamentale commune à tous les cryſtaux d'un même genre, dont elle occupe le milieu, & autour de laquelle tout le reſte de la matière cryſtalline ſe trouve combiné de diverſes manières, ſelon les différentes variétés du cryſtal.

6. Je ne prétends pas qu'un cube de ſpath phoſphorique ait commencé par un octaèdre d'un volume proportionné au ſien, & qui auroit paſſé enſuite à la forme du cube par une addition de lames, les unes exagones, les autres triangulaires. Les plus petits cryſtaux que l'on puiſſe appercevoir, à l'aide du microſcope, ſur une gangue de ſpath fluor, ont déjà la forme cubique, & ſe ſeroient ſans doute accrus par des ſuperpoſitions de couches ſucceſſives à ſurfaces quarrées, ſi les circonſtances euſſent été favorables à cet accroiſſement. La diſtinction de ces couches ſe manifeſte dans pluſieurs cryſtaux par la diverſité de leurs teintes ou de leurs degrés de tranſparence. Je crois donc que l'opération de la Nature eſt déterminée, dès le premier inſtant, en vertu des loix de la Cryſtalliſation, à produire des cryſtaux cubiques imperceptibles, dont chacun renferme déjà, comme noyau, un petit

octaèdre, lequel s'accroît en même temps que le cryſtal entier, avec lequel il conſerve toujours le même rapport en ſolidité & en ſurface. Ainſi, quand je parlerai des lames appliquées ſur le noyau d'un cryſtal, je ne conſidérerai la choſe que du côté de la ſtructure de ce cryſtal, ſans aucun égard à ſa formation. Les vues ſur leſquelles eſt fondée cette diſtinction, ſeront développées davantage par la ſuite, ainſi que la manière dont il me paroît que l'accroiſſement des cryſtaux ſe combine avec leur ſtructure.

ARTICLE II.

Des loix de décroiſſement auxquelles ſont aſſujetties les lames compoſantes des cryſtaux, conſidérées dans le paſſage de la forme primitive aux formes ſecondaires.

7. L'EXISTENCE de la forme primitive, dans chacun des cryſtaux ſecondaires, peut déjà nous aider à entrevoir la vérité d'un fait qui a été avancé par pluſieurs Auteurs, mais ſans qu'on en ait apporté aucune preuve claire & ſenſible: c'eſt que toutes les variétés d'un même cryſtal ſont originaires d'une forme unique, qui ſe modifie de différentes manières, ſelon

les divers changemens que des circonſtances particulières apportent dans la loi primitive de la Cryſtalliſation. Je vais eſſayer de mettre le fait dont il s'agit dans tout ſon jour, en conſidérant la ſtructure des parties ſurajoutées au noyau dans les cryſtaux de forme ſecondaire. Cet examen tend à éclaircir un des points les plus importans de la théorie des cryſtaux, puiſqu'il nous conduit à établir, par rapport à leurs lames compoſantes, des loix de décroiſſement, d'après leſquelles on peut déterminer d'une manière préciſe la figure de leurs molécules conſtituantes, & calculer, auſſi rigoureuſement qu'un objet de cette nature puiſſe le permettre, la valeur des angles plans ou ſolides de toutes les formes tant primitives que ſecondaires.

8. Propoſons-nous d'abord un exemple tiré d'une cryſtalliſation très-ſimple. Concevons un cube qui ne puiſſe être diviſé nettement que par des ſections parallèles à ſes faces; ſuppoſons de plus ſix pyramides droites quadrangulaires, toutes de même hauteur, dont les baſes quarrées, égales aux faces du cube, repoſent ſur ces mêmes faces: le ſolide alors ſe trouvera changé en un autre qui aura vingt-quatre faces triangulaires, compoſées de la ſomme des rebords de toutes les lames décroiſ-

ſantes, dont les pyramides ſont cenſées être l'aſſemblage. L'axe de ces pyramides pourra varier en hauteur, ſelon que les décroiſſemens ſuivront une loi plus ou moins rapide ; & ſi l'on imagine que cette loi ſoit telle qu'il eſt néceſſaire pour que les faces adjacentes des pyramides voiſines ſe trouvent deux à deux ſur le même plan, le nombre des faces ſera réduit à moitié, & l'on aura un ſolide dodécaèdre (*Pl. I*, *fig.* 3) à plans rhombes tous ſemblables & égaux entr'eux, avec un noyau de forme cubique. Je déterminerai plus bas la loi de décroiſſement qui a lieu dans le cas du niveau des faces adjacentes dont je viens de parler.

En ſuppoſant le dodécaèdre diviſible, il ſeroit facile de détacher ſucceſſivement toutes les lames décroiſſantes appliquées ſur le noyau ; & comme ces lames ne peuvent être ſous-diviſées que par des ſections parallèles aux faces de ce même noyau (5), ces ſections faites à des diſtances convenables, partageront chacune des lames compoſantes en un certain nombre de cubes parfaits, excepté que, ſur les côtés de ces lames, il ne ſemblera y avoir que des portions de cubes, à cauſe de l'inclinaiſon des rebords qui compoſent les faces des pyramides. Ce défaut appa-

rent d'uniformité dans la ſtructure du cryſtal, fait naître une difficulté dont je donnerai bientôt la ſolution.

Nous avons des cryſtaux de la forme que je viens de décrire, qui ſont trop durs pour être diviſés, mais dont la ſtructure s'annonce par des ſtries ou cannelures parallèles aux baſes *a d*, *d o*, *o e*, *a e*, &c., des pyramides ſurajoutées au noyau. La nature de ces cryſtaux n'eſt pas encore bien déterminée (1). Le grenat dodécaèdre a cette même forme, mais avec une ſtructure toute différente; & ce ne ſera pas la ſeule fois que nous verrons des cryſtaux entièrement ſemblables à l'extérieur, formés par des molécules qui diffèrent ſenſiblement entr'elles, ſoit pour leur figure, ſoit pour leur arrangement.

---

(1) Je préſume que ces cryſtaux ſont de la même nature que l'hyacinthe de couleur brune, qui ſe trouve parmi les produits du Véſuve; car cette dernière s'explique très-naturellement par une ſuperpoſition de lames quarrées appliquées ſur deux faces oppoſées d'un cube ou d'un parallélipipède rectangle, & qui décroiſſent dans leurs angles par deux rangées de molécules. Les angles qui réſultent de ce décroiſſement ſont parfaitement égaux à ceux que donne l'obſervation. Mais ce n'eſt ici qu'une conjecture, qui a beſoin d'être appuyée par de nouveaux faits.

9. Les lames appliquées ſur le noyau peuvent décroître, non-ſeulement vers leurs bords, mais auſſi vers leurs angles ; ce qui jette une grande variété dans les formes des cryſtaux ſecondaires. Eclairciſſons ceci par un nouvel exemple tiré du ſel marin octaèdre. On connoît maintenant des cryſtaux factices de cette figure, que M. Rouelle a obtenue le premier, en faiſant cryſtalliſer le ſel dont il s'agit (1).

Soit donc *a b c d s* (*fig.* 4) un octaèdre de ſel marin : on ne peut diviſer cet octaèdre qu'en faiſant des ſections *o r g t* parallèles aux baſes communes des pyramides quadrangulaires dont l'octaèdre eſt formé. Les lames que l'on détache d'abord en partant de la pointe des angles ſolides, ont des figures quarrées, qui vont en croiſſant uniformément vers le centre du cryſtal. Il eſt de plus évident que les rebords de ces lames, en ſuppoſant que celles-ci aient une certaine épaiſſeur, ſont inclinés par rapport à leurs grandes faces.

---

(1) Je ne prétends pas examiner ſi la forme octaèdre de ce ſel dépend ou non de quelque principe particulier, qui auroit influé ſur ſa cryſtalliſation ; il ſuffit, pour mon objet, que ce ſel ſe diviſe en cubes auſſi nets & auſſi bien prononcés que ceux qu'on retire du ſel marin ordinaire.

Si l'on fait des ſections ſemblables ſucceſſivement ſur les ſix angles ſolides de l'octaèdre, lorſqu'on aura paſſé le milieu des arètes où les plans coupans ſe touchent, les ſections voiſines anticipant les unes ſur les autres, feront diſparoître les quatre angles des quarrés, qui ſe changeront en octogones, tels que *mrtufpzx* (*fig.* 6). Dans les ſections ultérieures, les côtés *mx*, *zp*, *fu*, *rt*, de ces octogones iront en décroiſſant juſqu'à ce qu'enfin l'octogone ſoit revenu à la figure quarrée; &, à ce terme, le noy au cubique du cryſtal paroîtra à découvert.

Si l'on ſous-diviſe les lames quarrées que l'on avoit détachées d'abord, les lignes de ſection s'entrecouperont de manière à former des quarrés entiers vers le milieu des lames, & des triangles rectangles iſocèles ſur les bords, comme on le voit *fig.* 5. Les ſections faites pareillement dans les lames octogones, produiront un aſſortiment de quarrés & de triangles, diſpoſés comme le repréſente la *fig.* 6; en ſorte que les lames quarrées que l'on pourra détacher du noyau, ſeront les ſeules qui aient leurs ſurfaces uniquement compoſées de petits quarrés. Pour avoir maintenant les décroiſſemens des lames par les angles, il ne faut que reprendre ces lames dans un ordre

contraire à celui que je viens d'indiquer pour la division du cryſtal, c'eſt-à-dire, en allant du noyau à la ſurface de l'octaèdre.

10. Les joints qui réſultent de cette diviſion ſemblent annoncer, dans la ſtructure du cryſtal, un défaut d'uniformité encore plus marqué que celui qui paroît avoir lieu par rapport au cryſtal dodécaèdre dont j'ai parlé précédemment; car, dans celui-ci, les ſurfaces des lames de ſuperpoſition ſont uniquement compoſées de figures toutes ſemblables entr'elles; il n'y a que l'inclinaiſon qu'on obſerve dans les rebords de ces lames qui puiſſe faire quelqu'embarras. Mais le cryſtal octaèdre préſente encore, outre cette inclinaiſon, un mélange de quarrés & de triangles iſocèles ſur les grandes faces des lames, ſans qu'il ſoit poſſible de ſous-diviſer mécaniquement aucun des quarrés en deux triangles; ce qui ſembleroit lever au moins en partie la difficulté.

11. Il n'y a peut-être point de cryſtal ſecondaire dont la ſtructure ne ſoit ſujette à l'une ou l'autre de ces eſpèces d'irrégularités : dans pluſieurs même, on les obſerve toutes les deux à-la-fois; en ſorte que ſi l'on s'en tient aux ſimples apparences, il ne ſemble pas qu'il ſoit poſſible de concilier les faits clairs &

ſenſibles auxquels conduit l'obſervation, avec cette unité que tout nous porte à admettre dans la compoſition des corps qui appartiennent à une même ſubſtance. L'analogie ſeule qu'établit entre ces corps l'exiſtence d'une forme primitive commune renfermée dans chacun d'eux, fait ſoupçonner entre les parties mêmes qui enveloppent le noyau, un rapport de figure plus parfait que celui qu'indique le premier apperçu de la ſtructure.

On ne peut pas dire que les vraies molécules conſtituantes des cryſtaux ſoient ſemblables aux portions qui paroiſſent manquer dans les petits cryſtaux ſitués ſur le bord des lames de ſuperpoſition ; en ſorte que chaque cryſtal ſeroit compoſé ultérieurement de parties de la même figure que celles qui ſe trouveroient ſupprimées : car, comme il arrive aſſez ſouvent que, dans un même cryſtal, les lames décroiſſent les unes par leurs bords, & les autres par leurs angles, ainſi que je l'ai dit plus haut, il eſt aiſé de voir que les parties ſouſtraites d'une part, ne peuvent reſſembler à celles qui manqueroient de l'autre. Or, je le répète, il eſt contre toute vraiſemblance d'admettre pour molécules conſtituantes d'un minéral, des corps de pluſieurs formes différentes.

12. L'hypothèſe que j'ai adoptée pour réſoudre la difficulté dont il s'agit, eſt, ſi je ne me trompe, beaucoup plus ſimple, plus naturelle, & ſe trouve d'ailleurs confirmée par l'obſervation & par le calcul. Elle conſiſte à admettre dans le décroiſſement des lames de ſuperpoſition, des ſouſtractions de molécules ou de cryſtaux parfaitement ſemblables à ceux dont le noyau eſt compoſé, c'eſt-à-dire, que chaque lame aura vers ſes bords ou vers ſes angles une ou deux rangées de molécules conſtituantes de moins que la lame placée immédiatement au-deſſous; car j'ai obſervé tantôt l'une & tantôt l'autre de ces loix de décroiſſement (1).

Suppoſons, par exemple, que dans le dodécaèdre à plans rhombes dont j'ai expliqué ci-deſſus la ſtructure, une des faces du noyau cubique ſoit repréſentée par le quarré ADCB (*fig.* 7), les deux grandes faces de la première lame de ſuperpoſition par le quarré *c l m n*, celles de la ſeconde par *o p q s*, &c. Il eſt évident que les décroiſſemens ſe feront par des ſouſtractions d'une ſimple rangée de molécules

(1) Il ſe trouve auſſi des cryſtaux dans leſquels les lames décroiſſent par des ſouſtractions de trois rangées de molécules: mais ce cas eſt rare.

lécules d'une figure exactement cubique ; ce qui eſt, dans le cas préſent, la loi que ſubiſſent les lames du cryſtal, comme je le prouverai plus bas.

Si au contraire les ſurfaces citées étoient repréſentées ſucceſſivement par les quarrés ADCB, *opqs*, *uzδx*, &c., alors les décroiſſemens ſe feroient par des ſouſtractions d'une double rangée de molécules ; & la loi de ces décroiſſemens ayant une action une fois plus rapide que dans le cas précédent, la hauteur des pyramides ſuperpoſées ſur le noyau ne feroit que la moitié de ce qu'elle eſt dans le dodécaèdre à plans rhombes. Dans l'un & l'autre cas, les faces du cryſtal ſecondaire ne feront que la ſomme de toutes les arètes ſaillantes AD, *cl*, *op*, &c, qui, étant preſqu'infiniment rapprochées, à cauſe de l'extrême petiteſſe des molécules conſtituantes, s'offriront ſous l'aſpect d'un plan continu. Mais, dans la réalité, ces faces feront ſillonnées par une multitude de ſtries ou de cannelures, nulles pour nos ſens, ſi le travail de la Nature a acquis tout le fini dont il eſt ſuſceptible : car lorſque la cryſtalliſation aura été gênée par quelque cauſe accidentelle, & que les décroiſſemens des lames ne ſe feront pas faits par des degrés parfaitement égaux, il pourra

y avoir ſur les faces du cryſtal des irrégularités qui ſe manifeſteront par des ſtries ſenſibles ; & c'eſt ce qu'on obſerve en effet ſur un aſſez grand nombre de cryſtaux, & en particulier ſur ceux dont il s'agit ici.

13. Paſſons maintenant aux décroiſſemens qui ſe font vers les angles des lames, comme dans le cryſtal de ſel marin octaèdre. Une des faces du noyau étant toujours repréſentée par le quarré ABCD (*fig.* 7), ſi l'on ſuppoſe que les décroiſſemens dont je parle ſe faſſent par des ſouſtractions d'une ſimple rangée de molécules, ce qui eſt le cas de l'octaèdre dont il s'agit, comme on le verra bientôt, il n'y aura de ſupprimé, vers l'angle A, par exemple, à la première ſouſtraction, que le cube auquel appartient la petite face A*acb*; à la ſeconde ſouſtraction, les deux cubes indiqués par *adrc*, *bcie*, ſe trouveront ſupprimés ; à la troiſième, les trois cubes dont les faces ſupérieures ſont *dfvr*, *croi*, *eiyg*, & ainſi de ſuite : en ſorte que les rebords des lames de ſuperpoſition ſeront compoſés ſucceſſivement des arètes terminées par les points *a*, *b*; *d*, *c*, *e*; *f*, *r*, *i*, *g*; *k*, *v*, *o*, *y*, *h*, &c. ; & comme les molécules conſtituantes ſont d'une fineſſe extrême, & que les points dont il s'agit ſont diſpoſés ſur des lignes

droites *ab*, *de*, *fg*, *kh*, &c. (ce qu'il faut bien obſerver), les faces du cryſtal qui ſeront compoſées de la ſomme des arètes auxquelles appartiennent ces points, paroîtront, comme dans le premier cas, former un plan continu, quoique ce plan ſoit réellement tout hériſſé d'autant de petites aſpérités, qu'il y aura d'arètes ſaillantes. Enfin, comme il n'arrive pas toujours que toutes les conditions requiſes pour une cryſtalliſation parfaitement régulière ſe rencontrent à-la-fois, le défaut de quelqu'une de ces circonſtances produira néceſſairement, dans la matière cryſtalline, une diſtribution inégale; en ſorte que les ſaillies dont j'ai parlé venant à ſe grouper en une multitude d'endroits, pourront devenir ſenſibles, comme elles le ſont en effet, lorſqu'on examine, à l'aide d'une loupe, les ſurfaces de pluſieurs des cryſtaux ſecondaires, où les décroiſſemens ſe font par les angles.

S'il y a deux rangées de molécules ſouſtraites ſur les angles de chaque lame, alors les rebords des lames de ſuperpoſition ſe trouveront alignés ſucceſſivement ſuivant les droites *de*, *kh*, &c.; & ſi l'on fait attention à la profondeur & à la figure des vuides que doivent laiſſer, dans ce cas, les molécules ſouſtraites, on concevra qu'il doit y avoir,

non-ſeulement de ſimples aſpérités produites par les lignes anguleuſes, telles que *drcie*, mais même des enfoncemens alignés dans le même ſens que les ſtries dont j'ai parlé plus haut. Auſſi apperçoit-on quelquefois, dans ce même cas, de petites cannelures tranſverſales, comme je le dirai en expliquant la ſtructure des cryſtaux dont les faces offrent des indices de ces petites inégalités.

14. Remarquons que quand il ne ſe fait ſur les angles des lames que des ſouſtractions d'une ſimple rangée de molécules, l'excès d'une lame ſur l'autre eſt meſuré à chaque angle par la moitié A*t* (*fig.* 7) de la diagonale d'une des faces de ces molécules: au lieu que dans le cas d'une ſouſtraction par deux rangées de molécules, le même excès eſt meſuré par la diagonale entière A*c*. Dans les décroiſſemens qui ſe font ſur les bords des lames, il eſt clair que l'excès d'une lame ſur l'autre a pour meſure la largeur *a c* d'une des petites faces des molécules conſtituantes, ou le double *ai* de cette largeur, ſelon que les ſouſtractions ſe font par une ou par deux rangées de ces molécules. Cette obſervation eſt importante pour la ſuite.

Les ſections que nous faiſons dans les cryſtaux nous trompent donc ſur un point eſſentiel

de leur véritable ſtructure, en nous offrant des parties qui paroiſſent différer les unes des autres. La dernière de ces parties que nous puiſſions détacher & appercevoir, eſt encore compoſée; à meſure que nous multiplions les coupes, les triangles diſpoſés ſur les bords des lames deviennent plus petits; & enfin nous les verrions s'évanouir entièrement, ſi nos inſtrumens étoient aſſez délicats & nos organes aſſez parfaits pour nous permettre de pouſſer la diviſion mécanique d'un cryſtal juſqu'au terme où elle ne nous laiſſeroit plus aucun point de partage à ſaiſir.

Cette théorie ſe trouve confirmée par les explications faciles & naturelles qu'elle fournit de certains faits ſinguliers que nous offre la Cryſtalliſation, & par l'accord qui ſe trouve entre les angles calculés d'après le décroiſſement des lames, & ceux qu'on obſerve ſur les cryſtaux eux-mêmes. C'eſt ce que je vais éclaircir par quelques applications ſimples aux cryſtaux dont j'ai déjà parlé dans cet article.

15. Le niveau des faces voiſines dans les pyramides diſpoſées autour du noyau cubique du cryſtal dodécaèdre à plans rhombes (8), eſt une ſuite néceſſaire de la loi de décroiſſement la plus ſimple, je veux dire celle qui ne ſuppoſe que des ſouſtractions d'une rangée

de molécules conſtituantes. Pour le prouver, ſoient *abcd*, *bfgc* (*fig.* 8) deux faces contiguës du noyau ; ſoit *ots* un triangle dont le côté *ot*, couché ſur le plan du quarré *bcgf*, meſure la quantité dont la face du noyau, repréſentée par ce quarré, dépaſſe vers chacun de ſes bords la première lame de ſuperpoſition ; ſoit *st* l'épaiſſeur de cette lame : le troiſième côté *os* ſera néceſſairement appliqué ſur l'une des faces rhomboïdales du cryſtal ſecondaire. Cela poſé, il eſt évident que l'on aura $ot = st$, puiſque chacune de ces lignes eſt égale au côté d'une des molécules conſtituantes, dans l'hypothèſe où il n'y a qu'une rangée de ces molécules qui ſoit ſouſtraite. Si l'on conçoit maintenant un ſecond triangle *ort* diſpoſé comme le premier, par rapport à la face *abcd*, on aura $ri = io = ot = ts$. De plus, on a *rt* parallèle à *io*, & *io* également parallèle à *ts*: donc ſi l'on mène la droite *it*, il ſera facile de voir que les quatre lignes dont il s'agit ont leurs extrémités ſupérieures ſur une même droite *ros*; & comme on peut appliquer le même raiſonnement à toutes les autres lames de ſuperpoſition, il s'enſuit que la ligne *ros*, prolongée de part & d'autre du point *o*, tombera ſur toutes les arètes de ces lames, & par conſéquent que les deux triangles adja-

cens, composés de la somme de ces arètes, sont sur le même plan.

On observe un grand nombre de crystaux secondaires, dans lesquels les faces produites par les rebords des lames surajoutées au noyau, se trouvent deux à deux sur le même plan, comme dans le crystal dodécaèdre dont il s'agit. Cette disposition a d'abord quelque chose de singulier : il semble plutôt que les faces adjacentes, dans les pyramides voisines, devroient se présenter sous une multitude d'inclinaisons différentes, & que le cas où elles se trouvent de niveau devroit arriver très-rarement. On conçoit à présent comment ce même cas est au contraire si commun, puisque les décroissemens dont il dépend sont ceux qui se font suivant la loi la plus simple & la plus régulière de toutes.

16. Tout triangle faisant la même fonction que le triangle *o s t*, ou *r i o* (*fig.* 8), prendra, dans le cours de cet Ouvrage, le nom de *triangle mensurateur*, parce qu'il sert à mesurer la loi des décroissemens que subissent les lames de superposition. Je ferai un usage très-fréquent de ces sortes de triangles, dont la position, ainsi que le rapport de leurs côtés, varient selon les circonstances.

17. J'ai dit (14) que les mesures des angles

auxquelles on parvenoit à l'aide de la même théorie, s'accordoient avec celles que donnoit l'obſervation. Prenons pour exemple le ſel marin octaèdre, dont la ſtructure a été expliquée plus haut.

Soit *abp* (*fig.* 9) une des faces de l'octaèdre, *ar* la hauteur de la pyramide quadrangulaire à laquelle appartient cette même face. Ayant mené *ao* perpendiculaire ſur *bp*, la ligne *or* ſera elle-même perpendiculaire ſur *ar*; & le point *r* étant le milieu de la baſe quarrée de la pyramide, on aura $or = bo$.

Concevons que *nco* repréſente le triangle menſurateur, dans le cas préſent. *cn* ſera le côté d'une des molécules cubiques qui forment la première lame de ſuperpoſition; & comme les décroiſſemens ſe font ici par les angles de ces lames, *oc* ſera égal à la diagonale entière d'une des faces des molécules conſtituantes (14), ſi les ſouſtractions ont lieu par une double rangée de molécules, & ſimplement égal à la moitié de la même diagonale, s'il n'y a qu'une rangée de ſouſtraite. Or, un coup-d'œil jetté ſur le cryſtal ſuffit pour faire juger que l'on a *cn* plus grand que *co*: donc il faudra ſuppoſer *co* égal à la moitié de la diagonale du quarré. Cela étant, ſoit $co = 1$; *cn* étant égal au côté du quarré,

on aura $cn = \sqrt{2}$. Or, à cause des triangles semblables cno, rao, on pourra faire aussi $or = 1$, & $ar = \sqrt{2}$. Maintenant $\overline{ao}^2 = \overline{ar}^2 + \overline{or}^2 = 3$. De plus, $bo = or = 1$. Donc $ab = \sqrt{\overline{ao}^2 + \overline{bo}^2} = \sqrt{3 + 1} = 2$. D'ailleurs, il est évident que $bp = 2bo = 2$. D'où il suit que le triangle bap est non-seulement isocèle, mais équilatéral; c'est-à-dire, que chacun des trois angles de ce triangle est de 60°. Or, l'observation donne les mêmes angles; d'où il résulte que la loi de décroissement supposée est celle qui a lieu dans la formation du crystal.

18. La précision avec laquelle on trouve, à l'aide de la théorie que je propose, les angles exprimés en nombres ronds, & déjà déterminés d'une manière infiniment probable par l'inspection seule de la forme, comme ceux de l'octaèdre à faces équilatérales; cette précision, dis-je, assure les résultats du calcul, lorsqu'on applique celui-ci à des angles qui ne peuvent être exprimés que par des degrés joints à des minutes, secondes, & autres parties aliquotes du degré. Nous aurons souvent occasion, dans la suite de cet Ouvrage, de rencontrer de ces évaluations fractionnaires.

On verra aussi que la même théorie conduit à déterminer le rapport des diverses dimensions des molécules constituantes, lorsque ce rapport n'est point indiqué par la structure des crystaux.

19. Quoique je n'aie observé jusqu'ici que des décroissemens qui se font par des soustractions d'une ou de deux rangées de molécules, & quelquefois de trois rangées, mais très-rarement, il est possible qu'il se trouve des crystaux dans lesquels il y ait quatre ou cinq rangées de molécules supprimées à chaque décroissement, & même un plus grand nombre encore. Mais ces cas me semblent devoir être plus rares, à proportion que le nombre des rangées soustraites sera plus considérable, parce que la formation du crystal s'écarte alors d'autant plus de la loi de décroissement la plus simple & la plus régulière, que nous avons vu être en même temps la plus ordinaire.

Il résulte de tout ce qui précède, qu'un crystal secondaire est susceptible d'autant de formes différentes, que ses lames composantes peuvent subir de décroissemens divers dans leurs bords ou dans leurs angles, de manière que les côtés ou les pointes des petites molécules qui termineront ces lames, se trouvent

de niveau. On conçoit donc comment le nombre des formes ſecondaires eſt néceſſairement limité, quoiqu'en ſe permettant de mutiler à volonté un cryſtal, ſans aucun égard à ſa ſtructure, on puiſſe concevoir pour une même ſorte de ſubſtance une infinité de formes diverſes.

ARTICLE III.

Application aux Cryſtaux de ſpath calcaire.

20. LA matière calcaire eſt ſi généralement répandue dans l'intérieur du globe, & en même temps ſi ſuſceptible, à raiſon de ſon peu de dureté, d'être attaquée par l'eau qui en détache & en entraîne les molécules dans ſon cours, que l'on ne doit pas être ſurpris de la grande quantité de cryſtaux de cette nature que renferment les cavités ſouterraines. Ici, comme dans pluſieurs autres parties des règnes de la Nature, la variété ſemble le diſputer à l'abondance. Il eſt peu de genres de cryſtaux où la Géométrie trouve plus à s'exercer, & où ces eſpèces d'enveloppes régulières, qui déguiſent la forme du cryſtal primitif, aient été modifiées de tant de manières différentes. Les joints des parties qui ont concouru à

l'accroiſſement du ſpath ſont d'ailleurs faciles à ſaiſir ; les coupes que l'on tente d'y faire, en ſuivant ces mêmes joints, ſont nettes, d'un poli vif & brillant, qui ne laiſſe aucune équivoque ſur la ſtructure du cryſtal, quoique ſouvent compliquée. Auſſi ſuis-je redevable d'une grande partie des faits qui ſervent de fondemens à la théorie que j'ai propoſée, aux obſervations que j'ai faites ſur ce genre de cryſtaux, où l'on trouve à-la-fois tout ce qui peut favoriſer des recherches de cette nature, l'abondance de la matière & la facilité des opérations.

Forme primitive.

SPATH CALCAIRE RHOMBOÏDAL, connu ſous le nom de *ſpath d'Iſlande.* Spath calcaire rhomboïdal obtus. DAUBENTON, *Tableau minéralogique.*

Développement. 6 rhombes égaux & ſemblables entr'eux, tels que *a b c d* (*Pl. II, fig.* 10); le grand angle *b a d* = 101° 32′ 23″; & par conſéquent le petit angle *a d c* = 78° 27′ 47″.

21. Ce cryſtal étant la forme primitive du genre, ne peut ſe diviſer que par des ſections parallèles à ſes faces (5); ce qui donne de petits rhomboïdes ſemblables entr'eux, & au rhomboïde entier. Quant aux angles du rhombe,

je les ai déterminés par le calcul, d'après la ſtructure du ſpath calcaire en priſme à ſix pans, terminé par deux faces exagones, comme je l'expliquerai plus bas. Les valeurs trouvées ne différent que de 2′ 13″ de celles qui ſont indiquées par M. de la Hire (*a*); car, ſelon ce Savant, le grand angle du ſpath d'Iſlande eſt de 101° 30′.

Newton, qui a donné une explication de la double réfraction ſi connue de la lumière à travers ce même ſpath, aſſigne pour la valeur du grand angle 101° 52′ (*b*). Ces différences viennent ſans doute de ce que l'on n'a encore déterminé les angles dont il s'agit qu'en les meſurant immédiatement ſur le cryſtal même, ou en meſurant les deux diagonales du rhombe, pour déduire de leur rapport la valeur des angles.

Forme ſecondaire.

SPATH CALCAIRE RHOMBOÏDAL A SOMMETS TRÈS OBTUS. Spath calcaire rhomboïdal lenticulaire. DAUBENTON, *Tableau minér.*

Développement. 6 rhombes égaux & ſemblables entr'eux, tels que *g f p o* (*fig.* 11),

(*a*) Mémoires de l'Académie des Sciences, ann. 1710, p. 679, édit. in-12.

(*b*) *Newtonis Optice*, Quæſtio XXV.

dont le grand angle $fgo = 114° 18' 56''$, & le petit angle $gop = 65° 41' 4''$.

22. La même ſubſtance, qui prend la forme rhomboïdale du ſpath d'Iſlande, dans le cas de la cryſtalliſation la plus parfaite, nous offre encore, parmi ſes diverſes modifications, deux autres rhomboïdes, l'un à ſommets très-obtus, qui fait le ſujet de cet article, & l'autre à ſommets aigus, qui ſera décrit dans la ſuite.

Concevons que les trois plans rhombes *hcai*, *hctb*, *caot* (*fig.* 12), repréſentent les trois faces ſupérieures d'un cryſtal de la forme de celui dont il s'agit ici. Si l'on eſſaye de diviſer ce cryſtal à l'aide d'un inſtrument tranchant ſitué obliquement ſur l'une des arètes, telle que *ct*, & dirigé de manière qu'il paſſe par des lignes *px*, *pl*, parallèles aux diagonales *cb*, *co*, on détachera d'abord une pyramide oblique à trois faces, dont la baſe *xpl* ſera la coupe même faite dans le cryſtal. Si l'on continue la diviſion, toujours ſuivant des directions parallèles, on détachera des lames triangulaires qui iront en croiſſant uniformément, & dont les grandes faces ſeront ſemblables au triangle *xpl*. On voit aiſément que la pyramide détachée par la première ſection, n'eſt elle-même qu'un compoſé de lames triangulaires, telles que celles

dont je viens de parler, & que l'on enleveroit les unes après les autres, en divisant depuis la base *x p l* de cette pyramide jusqu'à son sommet *t*. L'angle supérieur *p* de toutes ces lames est égal au grand angle *bad* (*fig.* 10) du spath d'Islande.

Si l'on fait alternativement des sections semblables sur les six arètes du crystal, lorsqu'on sera parvenu au milieu des côtés *hb*, *b t*, *t o*, &c, (*fig.* 12), les facettes triangulaires produites par le retranchement des angles solides, se toucheront par leurs angles latéraux; & si l'on continue la division au-delà de ces points, & toujours sur les six arètes, les triangles, tels que *xpl* (*fig.* 15), anticipant alors les uns sur les autres par leurs angles *x*, *l*, se changeront en pentagones *puihf*, dont la base *t h* décroîtra, tandis que les côtés *ut*, *fh*, iront en augmentant; en sorte que le pentagone parviendra par degrés à la figure du rhombe *pbei*, & à ce terme le noyau rhomboïdal paroîtra à découvert.

En frappant sur les lames triangulaires ou pentagonales que l'on a détachées à chaque section, on voit ces lames se diviser en petits rhomboïdes tous semblables au noyau; & si l'on imagine la division poussée assez loin pour que les rhombes *p a c d*, *a r s c*, &c. repré-

ſentent les faces des molécules conſtituantes, on concevra (13) que les petits eſpaces triangulaires *tgm*, *nzh*, &c., diſpoſés ſur la baſe des lames, ſont reſtés vuides par la ſouſtraction des molécules qui auroient completté ces lames, dans le cas d'une cryſtalliſation plus parfaite. Cette ſtructure eſt indiquée à l'extérieur par des ſtries ou ſillons, qui ont exactement les mêmes directions que les lignes *bc*, *oc*, *gd*, *fd*, &c. (*fig.* 12). On verra bientôt la raiſon de ces ſtries.

Examinons maintenant, dans un plus grand détail, les différens états par leſquels paſſent ſucceſſivement les lames de ſuperpoſition. Il eſt aiſé de voir d'abord, d'après la ſtructure du cryſtal, que les ſurfaces compoſées de la ſomme des bords ſupérieurs *bc*, *oc*, *gd*, *fd*, &c., de ces mêmes lames, ſe trouvent deux à deux ſur le même plan. En appliquant ici le raiſonnement que nous avons fait (15) par rapport au dodécaèdre rhomboïdal, dont les molécules ſont des cubes, on en conclura que les lames de ſuperpoſition du ſpath dont il s'agit décroiſſent dans leurs bords ſupérieurs par des ſouſtractions d'une ſimple rangée de rhomboïdes. Ce ſont ces décroiſſemens qui occaſionnent les ſtries dont j'ai parlé.

Les côtés *ut*, *fh*, &c. (*fig.* 15), des pentagones

tagones vont au contraire en croiſſant depuis le noyau, puiſque le cryſtal lui-même continue de croître dans les parties qui correſpondent à ces côtés. Or, il eſt facile de concevoir que ces accroiſſemens ſe font de la même manière que dans un rhomboïde ſimple de ſpath d'Iſlande, qui augmenteroit en volume ſans changer de forme. Il n'y a donc nulle difficulté à cet égard.

Quant aux baſes inférieures, ſoit des pentagones, ſoit des triangles, elles reſtent conſtamment ſur le même plan ſans décroître; en ſorte que ſi l'on conçoit qu'une des faces du noyau ſoit repréſentée par le rhombe *a b c d* (*fig.* 14), la ſurface ſupérieure de la première lame de ſuperpoſition ſera ſituée comme le pentagone *f e g h n*, celle de la ſeconde comme le pentagone *r i k m t*, & ainſi de ſuite.

Pour prouver que les lames de ſuperpoſition ſont conſtantes par leurs baſes, j'obſerve d'abord que le cryſtal peut être également diviſé dans le ſens des petites diagonales *c b*, *c o*, *d g*, &c. (*fig.* 12), & dans le ſens des lignes *h t*, *m s*, &c., qui coupent les premières à angle droit. Ces ſecondes coupes ne ſont que les prolongemens de celles que l'on peut faire dans la partie inférieure du cryſtal, parallèlement aux petites diagonales des trois faces qui appar-

tiennent à cette même partie. Soit *h m s t* le rebord inférieur ou la baſe d'une des lames triangulaires que l'on détacheroit par une ſection faite dans le ſecond ſens ; ſoit *r z* ou *e k* l'arète extérieure d'un des petits rhomboïdes qui occupent le rebord dont il s'agit : d'après la ſtructure du cryſtal, l'arète *cb* ſe confond avec l'un des côtés du noyau ; donc cette arète eſt une ligne droite continue : d'où il ſuit que toutes les autres arètes *dg*, *qy*, &c., ſont pareillement des lignes droites continues. D'ailleurs, toutes ces lignes ſont évidemment ſur un même plan. Donc tous les rebords *h m s t*, *m n x s*, &c., n'étant autre choſe que la ſomme des petites lignes *r z*, *e k*, &c., qui font partie des lignes *cb*, *dg*, &c., ſont auſſi ſur un même plan, ſans qu'aucun dépaſſe l'autre. En appliquant le même raiſonnement à toutes les autres lames de ſuperpoſition, ſoit triangulaires, ſoit pentagonales, on concevra que les rebords inférieurs de ces lames ſont tous de niveau, ainſi que je l'ai annoncé.

La ſtructure du ſpath que nous conſidérons ici, eſt une des plus favorables pour prouver la théorie que j'ai propoſée ; car les ſtries qui ſillonnent les faces du rhomboïde ſont ſi nettes & ſi marquées ſur une multitude de cryſtaux de cette variété, qu'elles annoncent ſenſible-

ment les décroiſſemens des lames par les ſouſtractions que j'ai ſuppoſé ſe faire ſur les rebords correſpondans des mêmes lames. Mais il eſt aiſé de voir que ces ſtries ne peuvent pas exiſter, ſans que les rebords inférieurs ou les baſes des lames que l'on détacheroit par les ſections *ht*, *ms*, perpendiculaires aux lignes *cb*, *dg*, &c., ne ſoient eux-mêmes dentelés, puiſque ces rebords interceptent néceſſairement des petites portions de ſtries. Or, cette eſpèce de dentelure eſt diſpoſée préciſément de la manière qu'il eſt néceſſaire pour laiſſer vuides les petits eſpaces triangulaires ſitués à la baſe des lames dont le cryſtal eſt compoſé; d'où il réſulte que l'exiſtence des décroiſſemens ſur les rebords des lames, qui eſt indiquée par les ſtries, aſſure en quelque ſorte celle des décroiſſemens par les angles.

Quant aux angles plans de ce cryſtal, j'en renvoie le calcul, ainſi que celui des angles des cryſtaux qui vont ſuivre, à l'article où je traiterai du cryſtal qui m'a fourni des données pour évaluer les angles de ſpath d'Iſlande, parce que ceux-ci ſervent enſuite à déterminer les angles des autres cryſtaux calcaires.

SPATH CALCAIRE A SOMMETS TRÈS-OBTUS (*a*) ET A FACETTES TRIANGULAIRES (*fig.* 17). Spath calcaire rhomboïdal lenticulaire, avec ſix facettes triangulaires. DAUBENT. *Tableau minéral.*

Développement. Six pentagones égaux & ſemblables entr'eux, tels que $ghmnr$ (*fig.* 11), & ſix triangles iſocèles abg (*fig.* 13).

Angles du pentagone. $hgr = 114^\circ\ 18'\ 56''$. $ghm = grn = 95^\circ\ 32'\ 6''$. $hmn = rnm = 117^\circ\ 18'\ 26''$.

Angles du triangle. $bag = 133^\circ\ 12'\ 30''$. $abg = agb = 23^\circ\ 23'\ 45''$.

23. Ce cryſtal n'eſt autre choſe qu'une variété du précédent, qu'il faut concevoir incomplet dans les ſix angles ſaillans du contour, à la place deſquels on obſerve ſix facettes ſurnuméraires, de figure triangulaire, ſituées verticalement, en ſuppoſant que l'axe du cryſtal ſoit lui-même dans une poſition verticale.

Nous avons vu (22) qu'en diviſant le ſpath rhomboïdal à ſommets très-obtus, on obtenoit des lames triangulaires juſqu'aux points où les plans coupans devenoient contigus les uns aux autres. Concevons que ces lames,

(*a*) C'eſt celui qu'on appelle vulgairement *ſpath calcaire en tête de clou.*

au lieu d'être constantes par leurs bases, comme dans le spath que je viens de citer, aillent en décroissant uniformément vers ces mêmes bases; de manière que les facettes triangulaires *a b g* (*fig.* 17), qui résulteront de ces décroissemens, soient situées verticalement. Dans ce cas, les six grandes faces du crystal deviendront des pentagones *c a b r k*, *c a g p n*, &c., & l'on aura un solide semblable à celui dont il s'agit ici.

24. Cherchons maintenant la loi de décroissement qui a lieu dans le cas présent. Soit *a b e d g h* (*fig.* 16), le noyau rhomboïdal du crystal. Soit *a b d g*, un quadrilatère formé par les petites diagonales *a g*, *b d*, de deux faces opposées *a c g h*, *b f d e*, de ce même noyau, & par les côtés *a b*, *d g*, compris entre ces diagonales. Concevons enfin que *n o m* soit le *triangle mensurateur* (16), dans lequel *n o* égale le côté d'un des petits rhomboïdes composans, & *n m* mesure la quantité dont l'une quelconque des lames triangulaires excède l'autre par sa base. Or, cette ligne *n m* est dans la direction de la petite diagonale d'un des rhombes composans; donc puisque les petits rhomboïdes, dont le crystal est l'assemblage, sont situés par rapport au noyau de manière que toutes les dimensions corres-

pondantes font respectivement parallèles de part & d'autre, on aura *nm* parallèle à *ag*, *no* parallèle à *dg*; & à caufe de la fituation verticale des facettes triangulaires, *mo* fera auffi parallèle à l'axe *ad* du cryftal. Donc le triangle *nom* eft femblable au triangle *gda*; donc *dg* : *ag* :: *no* : *nm*. D'où l'on conclura aifément que *nm* eft la petite diagonale entière d'un des rhombes qui forment les faces des petits rhomboïdes compofans; c'eft-à-dire, que les décroiffemens (14) des lames triangulaires furajoutées au noyau, fe font par des fouftractions de deux rangées de molécules conftituantes.

SPATH CALCAIRE A DOUZE FACES PENTAGONES (*fig.* 18). *Id.* DAUBENT. *Tab. minér.*

Développement. Six pentagones *g h m n r* (*fig.* 11), difpofés trois à trois à chaque fommet du cryftal. Six autres pentagones *r n t u k* (*fig.* 19), dont les angles fupérieurs font fitués alternativement en fens contraire, & qui forment les faces latérales du cryftal.

Angles du pentagone *ghmnr*. *hgr* = 114° 18′ 56″. *ghm* = *grn* = 95° 32′ 6″. *hmn* = *rnm* = 117° 18′ 26″.

Angles du pentagone *rntuk*. *nrk* = 133° 12′ 30″. *rnt* = *rku* = 113° 23′ 45″. *ntu* = *kut* = 90°.

25. Ce cryſtal ſe diviſe d'abord comme le ſpath à ſommets obtus & à facettes triangulaires (23), par des ſections obliques ſur les arètes des pyramides, en lames triangulaires, dont le grand angle eſt de 101° 32′ 13″, juſqu'à ce qu'on ſoit arrivé aux points *m*, *n*, *k*, *e*, *z*, *x* (*fig.* 18), ou aux extrémités des baſes des pentagones qui forment les ſommets du cryſtal. Paſſé ces points, les lames triangulaires ſe changent en pentagones: & enfin lorſque les plans coupans ſe touchent, ce qui arrive quand les ſections tombent ſur les hauteurs *go*, *gp*, &c., des pentagones qui terminent le cryſtal, celui-ci ſe trouve changé en un autre, qui eſt auſſi à douze plans pentagones, mais dans lequel les faces des deux ſommets ſont diſpoſées en ſens contraire de celles du premier cryſtal. Le contour d'une de ces faces eſt repréſenté par le pentagone *g o c s p*. Si l'on continue la diviſion par des ſections parallèles à ces mêmes faces, les rectangles *n k u t* diminueront peu-à-peu en hauteur; & au point où ils auront entièrement diſparu, on aura un cryſtal ſemblable à un rhomboïde de ſpath d'Iſlande, mais incomplet dans les ſix angles ſolides du contour, qui ſeront remplacés par autant de facettes triangulaires iſocèles. Enfin, par des diviſions

ultérieures, on fera diſparoître ces facettes, & l'on arrivera par degrés à un cryſtal complet de la forme du ſpath d'Iſlande, c'eſt-à-dire, au noyau du premier cryſtal dodécaèdre.

26. Pour tracer une des faces terminales *gocsp* (*fig.* 18), ou AHKDG (*fig.* 20), du cryſtal à douze faces pentagones qui ſe trouve engagé dans le premier, ſoit ABCE un rhombe ſemblable à celui du ſpath d'Iſlande. Par les points K, D, milieux des côtés BC, CE, faites paſſer la droite KD. Du milieu *r* de cette droite, menez *r*H, *r*G, parallèles aux côtés AE, AB. Enfin, des points d'interſection H, G, abaiſſez les droites HK, GD, ſur les extrémités de la ligne KD; la figure AHKDG ſera le pentagone cherché.

La ſtructure des lames dont les grandes faces ſont ſemblables à ce pentagone, eſt indiquée par les diviſions que préſente la figure. Il eſt aiſé de voir, d'après ce qui a été dit (24), que les rebords inférieurs de ces lames, ſur leſquels on doit concevoir que les petits eſpaces triangulaires K*af*, *fux*, *xzp*, &c., ſe trouvent vuides, décroiſſent, depuis le noyau, par des ſouſtractions de deux rangées de rhomboïdes. Quant aux rebords HK, GD, comme ils ſont partie des faces verticales qui réſultent, ainſi que je l'ai prouvé (24), d'une

loi de décroissement par des soustractions d'une double rangée de molécules, ces rebords ne sont composés que des arètes terminées par les points K, *c*, *g*, *s*, &c.; en sorte que chacun des triangles K*ac*, *cng*, qui restent vuides de ce côté, correspond toujours à deux molécules constituantes.

Enfin, lorsque l'on continue la division sur le rhomboïde incomplet de spath d'Islande dont j'ai parlé plus haut, le pentagone AHKDG revient par degrés à la figure du rhombe AH*r*G, qui représente une des faces du noyau, en passant par des figures eptagones AH*cfbd*G, AH*gxhm*G, &c.

27. Il y a ici une remarque importante à faire. On pourroit se tromper dans l'estimation des décroissements qui se font vers les bases DK des pentagones de superposition, en ne faisant attention qu'à la distance de ces bases par rapport à l'axe du crystal; car cette distance étant toujours la même, on en concluroit que les lames sont constantes vers ces mêmes bases. Les décroissemens, tels que je les considère, consistent en ce que le rebord de chaque lame est réellement dépassé d'une certaine quantité par celui de la lame placée immédiatement au dessous. En effet, si les rebords des lames étoient de niveau, tous

ces rebords ſe trouvant alors ſur le même plan que l'un quelconque d'entr'eux, qui eſt évidemment incliné, leur ſomme formeroit auſſi des ſurfaces inclinées, au lieu que celles dont il s'agit ſont verticales, en ſuppoſant que l'axe lui-même ait une ſituation perpendiculaire à l'horizon. Il réſulte de-là que, quand les rebords d'une pile de lames ſont diſpoſés en retraite par rapport aux faces du noyau, ces lames doivent être cenſées décroître vers les rebords dont il s'agit, quoiqu'à conſidérer leurs dimenſions abſolues, elles duſſent paroître conſtantes, lorſqu'elles augmentent d'un côté, à proportion qu'elles décroiſſent de l'autre.

La ſtructure du ſpath à douze plans pentagones, telle que je viens de l'expliquer, eſt très-différente de celle que lui a ſuppoſée M. Bergmann (*a*). Cet illuſtre Chymiſte compare le cryſtal dont il s'agit à un grenat dodécaèdre, dont les ſommets auroient leurs faces rhomboïdales tronquées par les trois angles extérieurs. Il attribue à ces deux cryſtaux la même formation; &, ſelon lui, l'un & l'autre réſulte de l'accumulation d'une

(*a*) *Opuſc. Phyſica & Chemica.* Upſal, 1780, vol. II, pag. 6.

multitude de pentagones égaux & ſemblables ſur les deux ſommets pyramidaux d'un ſolide rhomboïdal, qui auroit auſſi ſes faces tronquées par leurs trois angles extérieurs; ce qui change ces faces en des pentagones que l'Auteur appelle *plans fondamentaux*. Cette explication ſuppoſe d'abord que la forme originaire du grenat, & celle des ſpaths calcaires, ſont parfaitement ſemblables; & M. Bergmann avertit lui-même, dès le commencement de ſon Ouvrage, que ſon but eſt de ramener pluſieurs cryſtaux, du nombre deſquels eſt le grenat, à la forme du ſpath d'Iſlande, ou d'un parallélipipède dont l'angle obtus eſt de 101° 30′ pour chacune des faces. Or, le grand angle plan du grenat eſt, comme je le prouverai, de 109° 28′; ce qui établit d'abord une diſtinction très-ſenſible entre les formes primitives des deux genres de cryſtaux. La même explication ſuppoſe encore que l'angle au ſommet de chacun des pentagones qui terminent le cryſtal dont il s'agit ici, eſt égal au grand angle du ſpath d'Iſlande, quoiqu'il y ait entre ces deux angles une différence de près de 13°. D'ailleurs, ſelon M. Bergmann, les *plans fondamentaux* peuvent être tronqués : ce qui eſt contraire à l'obſervation. Enfin, il réſulteroit de l'explication

donnée par ce Savant, que le ſpath à douze plans pentagones pourroit être diviſé par des coupes nettes dans des ſens parallèles aux faces de ſes deux ſommets pyramidaux. Mais il en eſt tout autrement, comme on peut s'en convaincre par l'expérience, d'après ce que j'ai dit ci-deſſus.

SPATH CALCAIRE EN PRISME DROIT A SIX PANS, TERMINÉ PAR DEUX EXAGONES RÉGULIERS (*fig.* 21). Spath calcaire en priſme à ſix pans. DAUBENT. *Tabl. minér.*

La définition ſeule de ce cryſtal en indique le développement.

28. Le ſpath dont il s'agit eſt de tous les cryſtaux calcaires celui qui s'éloigne le plus du noyau rhomboïdal par ſa forme extérieure. Il a encore ceci de particulier, que rien n'indique, au premier aſpect, les côtés diviſibles du cryſtal. Pour parvenir à cette diviſion, il faut, après avoir incliné le plan coupant d'un angle de 45° ſur l'une des baſes exagones du priſme, faire une épreuve par rapport à deux côtés contigus de l'exagone, en dirigeant les ſections parallèlement à ces mêmes côtés. On s'appercevra qu'il n'y en a qu'un des deux ſur lequel on puiſſe détacher des lames nettes, & à ſurfaces polies. Suppoſons

que ce ſoit le côté *g d*, alors on opérera ſur les côtés *g d*, *e n*, *q z*, en paſſant les côtés intermédiaires *d c*, *n q*, *z g*; & pour diviſer le cryſtal dans ſa partie inférieure, on prendra les côtés *t f*, *h e*, &c., qui ſont diſpoſés alternativement par rapport aux côtés de l'exagone ſupérieur. Cette alternative de diviſions vient de la ſituation du noyau, dont les faces répondent de part & d'autre à trois différens côtés des exagones qui forment la baſe du priſme.

Cela poſé, les lames que l'on détachera d'abord ſeront des trapèzes tels que *a m r o*, dont la hauteur ira toujours en croiſſant, ſi l'on ſuppoſe que le priſme lui-même ait aſſez de hauteur pour que les ſections ſupérieures ne ſe confondent pas avec les inférieures; c'eſt-à-dire, pour que les points *m*, *r*, *b*, *k*, reſtent toujours diſtingués, tant que les plans coupans ne paſſeront point par l'axe du priſme. On peut juger, par la ſeule inſpection du trapèze HGDK (*fig.* 20), de la ſtructure de tous ceux dont il s'agit, en obſervant toujours que les eſpaces triangulaires ſont vuides ſur les quatre côtés du trapèze.

Au-delà des points *a*, *o*, *y* (*fig.* 21), où les ſections voiſines ſe touchent, les trapèzes anticipant les uns ſur les autres par leurs

angles ſupérieurs, deviennent des exagones; tels que *esKDvi* (*fig.* 20), qui parviennent par degrés à la figure d'un pentagone ſemblable à AHKDG, & dont le ſommet eſt ſur la ligne HG. A ce terme, on a un ſolide à douze plans pentagones, entièrement ſemblable à celui que l'on retire (25) du ſpath calcaire décrit dans l'article précédent, & qu'il faut diviſer de la même manière, pour retrouver le noyau du cryſtal.

Il eſt aiſé de concevoir que les trapèzes & les autres figures dont ce cryſtal eſt l'aſſemblage, décroiſſent dans leurs parties inférieures par des ſouſtractions de deux rangées de molécules conſtituantes (24), puiſque les faces compoſées de la ſomme de leurs baſes ſont dans une ſituation verticale. Il ne s'agit plus que de déterminer la loi des décroiſſemens qui ſe font vers l'angle ſupérieur A (*fig.* 20) des pentagones dans le paſſage de ceux-ci à la figure du trapèze, lorſqu'on reprend les lames dans un ordre contraire à celui des diviſions indiquées, c'eſt-à-dire, lorſqu'on part du noyau.

29. Soit toujours *abdg* (*fig.* 16), une coupe géométrique du noyau ſemblable à celle qui a été indiquée (24). Soit *psr* le triangle menſurateur, dans lequel on aura *ps*, égal à

la ligne qui doit donner la meſure des décroiſſemens, *s r* égal au côté ou à l'arète d'une des molécules conſtituantes, & *p r* ſitué parallèlement à *b i*, que je ſuppoſe mené de l'angle ſolide *b*, perpendiculairement ſur l'axe *a d* du noyau. A cauſe des parallèles *ps*, *ai*, d'une part, & *sr*, *ba*, de l'autre; les triangles *spr*, *bai*, ſont ſemblables. Donc *ba* : *ai* :: *sr* : *p s*. Or, *ba* eſt le côté du noyau; *a i* eſt la moitié de la petite diagonale d'une des faces du même noyau; *sr* eſt le côté d'une des molécules conſtituantes : d'où il ſuit que *p s* ſera égale à la moitié de la petite diagonale d'une des faces des mêmes molécules; c'eſt-à-dire, que les décroiſſemens ſe font (14), dans la partie ſupérieure du cryſtal, par des ſouſtractions d'une ſimple rangée de petits rhomboïdes.

Le cryſtal priſmatique dont il s'agit, eſt ſuſceptible d'un grand nombre de variétés de formes. Quelquefois le priſme n'a que très-peu de hauteur; d'autres fois, les exagones qui le terminent ont trois grands côtés & trois petits. Il ſe trouve même de ces priſmes qui ſont triangulaires. Mais, d'après les principes expoſés, il ſera toujours facile de ramener ces différentes variétés à une ſtructure commune, de trouver la poſition du noyau,

& de déterminer la loi des décroiſſemens que ſubiſſent les lames de ſuperpoſition.

30. Une obſervation que j'ai faite ſur ce même cryſtal, m'a fourni des données pour calculer les angles plans du noyau. Si, après avoir détaché un ſegment du priſme par une ſection oblique, faite, par exemple, dans la direction du plan *amro* (*fig.* 21), on renverſe ce ſegment de manière que la face *amro* reſte appliquée ſur la partie dont elle a été détachée, & que la ligne *mr* ſe confonde avec la ligne *ao*, le quadrilatère *zmrq* ſe trouvera de niveau avec le plan de l'exagone *dgaonc*, ſans qu'il ſoit poſſible d'appercevoir la plus légère inclinaiſon entre ces deux plans. D'après cette obſervation, il eſt très vraiſemblable que l'angle qui réſulte de l'inclinaiſon reſpective des deux plans *zmrq*, *amro*, eſt exactement égal à celui que fait le ſecond de ces plans avec *azqo*; d'où l'on conclura que le triangle $a'c'b'$, formé par les inclinaiſons reſpectives des trois plans, eſt non-ſeulement rectangle, mais iſocèle. Or, en faiſant attention que le plan *amro* eſt parallèle à la face correſpondante du noyau, ſi nous ſuppoſons que le ſolide repréſenté *fig.* 16, ſoit diſpoſé comme le noyau, il ſera facile de voir que le triangle $a'c'b'$ (*fig.* 21) eſt ſemblable

blable au triangle ati (*fig.* 16), composé de la moitié ai de la petite diagonale du rhombe $acgh$, de la ligne it menée perpendiculairement sur l'axe, & de la portion at du même axe. Donc le triangle ati est aussi rectangle & isocèle.

Soit $at = it = 1$, on aura $ai = \sqrt{2}$; & à cause que ti est le rayon droit du triangle équilatéral chb, formé par les trois grandes diagonales des faces supérieures du rhomboïde, $ih = \sqrt{3}$, & par conséquent $ah = \sqrt{(ai)^2 + (ih)^2} = \sqrt{5}$. Résolvant le triangle rectangle aih à l'aide de ces données, on trouvera pour le logarithme du sinus de l'angle iah, le nombre 9889075 6, qui répond à l'angle de 50° 46′ 6″ 30‴. Donc cah = 101° 32′ 13″; & par conséquent le petit angle ahc est de 78° 27′ 47″ (*a*).

31. Il est facile maintenant d'évaluer les angles plans des autres crystaux décrits précédemment. Prenons d'abord le spath rhomboïdal à sommets très-obtus (22). On a pu observer, d'après la structure de ce crystal,

---

(*a*) On trouvera (35) ces angles déterminés par un second procédé, qui donne exactement le même résultat.

que les petites diagonales $c\,b$, $c\,o$ (*fig.* 12), des deux faces voiſines, coïncident avec deux côtés d'une même face de noyau; en ſorte que l'angle $b\,c\,o$ eſt égal au grand angle des rhombes du ſpath d'Iſlande. Donc on peut repréſenter $c\,b$ par $\sqrt{5}$, & $b\,o$ par $2\sqrt{3} = \sqrt{12}$. Et à cauſe de $h\,r = \frac{1}{2}\,ht = \frac{1}{2}\,b\,o$; & de $c\,r = \frac{1}{2}\,c\,b$, on pourra faire auſſi $h\,r = \sqrt{12}$, & $cr = \sqrt{5}$. Réſolvant le triangle $h\,r\,c$ à l'aide de ces données, il viendra pour la valeur du logarithme de la tangente de l'angle $h\,c\,r$, le nombre 10190105 6, lequel répond à l'angle de 57° 9′ 28″. Donc l'angle $h\,c\,t$ = 114° 18′ 56″, & l'angle $c\,h\,b$ = 65° 41′ 4″.

32. Paſſons à la recherche des angles du pentagone $g\,h\,m\,n\,r$ (*fig.* 11), qui donne les grandes faces du ſpath à facettes triangulaires (23). Ayant tracé ce pentagone par une méthode ſemblable à celle qui a été indiquée (27) pour le pentagone AHKDG (*fig.* 20), nous aurons toujours $g\,e = \sqrt{5}$, & $fe = \sqrt{12}$.

Conſidérons le triangle $m\,t\,h$. Par la conſtruction de la figure, nous avons $m\,t = \frac{1}{2}\,fe = \frac{1}{2}\sqrt{12} = \sqrt{3}$. De plus $h\,t = gr = \sqrt{\overline{sr}^2 + \overline{gs}^2}$. Or, $sr = \frac{3}{4}\,eo = \frac{3}{4}\,fe = \frac{3}{4}\sqrt{12} = \frac{1}{4}\sqrt{108}$.

D'ailleurs, $gs = \frac{3}{4} ge = \frac{3}{4} \sqrt{5} = \frac{1}{4} \sqrt{45}$. Donc $ht = \frac{1}{4} \sqrt{108 + 45} = \frac{1}{4} \sqrt{153}$. Extrayant les racines indiquées à moins d'un millième près, on trouve $mt = 1,732$. $ht = 3,092$. De plus, l'angle $htm = \frac{gop}{2} = 32^\circ\ 50'\ 32''$. Le triangle hmt, réſolu d'après ces valeurs, donne pour le logarithme de la tangente de la demi-différence des angles h & m, le nombre 99807272, qui répond à l'angle de 43° 43′ 42″. D'où l'on conclura que l'angle hmt, ou ſon égal tnr, eſt de 117° 18′ 26″; & l'angle thm de 29° 51′ 2″. Ajoutant ce dernier angle à l'angle $ght = 65^\circ\ 41'\ 4''$, on aura l'angle ghm, ou ſon égal grn, de 95° 32′ 6″. Quant à l'angle hgr, nous avons déterminé (31) ſa valeur, qui eſt de 114° 18′ 56″.

A l'égard des triangles abg (*fig.* 13), qui forment les facettes latérales du cryſtal, il eſt clair d'abord que $ab = hm$ (*fig.* 11). Ayant abaiſſé de plus la ligne ax perpendiculaire ſur bc, on aura $bx = mt$ (*fig.* 11). Or, les valeurs de ces lignes ſe déduiſent aiſément du calcul des angles du pentagone. Ces valeurs donneront l'angle bax, que l'on trouvera de 66° 36′ 15″. Donc $bag = 133^\circ$

12′ 30″; & *abg*, ou son égal *agb*, est de 23° 23′ 45″.

Je ne dirai rien des angles du spath à douze plans pentagones, parce qu'il sera facile, d'après les opérations précédentes, d'en trouver les valeurs.

SPATH CALCAIRE A DOUZE FACES TRIANGULAIRES SCALENÈS, connu sous le nom de *Dent de Cochon*. (*Pl. III, fig.* 22). *Id.* DAUB. *Tableau minér.*

Développement. Douze triangles scalènes (*fig.* 23) égaux & semblables entr'eux. L'angle *ehg* = 101° 32′ 13″. *egh* = 54° 27′ 30″. *geh* = 24° 0′ 17″.

33. M. Bergmann a décrit avec beaucoup de vérité, dans l'Ouvrage dont j'ai parlé, la disposition respective des lames qui composent ce crystal, & s'est assuré lui-même de cette disposition, en observant les fractures faites dans le dodécaèdre. Ce Savant considère le spath dont il s'agit comme produit par l'accumulation d'une suite de plans rhombes décroissans, qui s'élèvent sur les faces du noyau, en restant toujours contigus à l'axe par leur angle superieur. Dans ce cas, la somme des bords extérieurs de tous les plans de superposition forme les faces triangulaires

de deux pyramides exagones, dont les bases se trouvent réunies par une ligne anguleuse *acgh*, &c., composée des six arètes saillantes du noyau.

Cette explication indique la manière dont il faudroit diviser le crystal, pour détacher toutes les lames dont il est l'assemblage, & mettre le noyau à découvert. On conçoit aisément que chacune de ces lames peut être sous-divisée par des sections parallèles aux faces du noyau, en petits rhomboïdes semblables à ce noyau. C'est aussi ce que m'a donné l'observation.

34. Selon M. Bergmann, les axes des pyramides seront d'autant plus longs, que le décroissement des lames se sera fait plus lentement, *& vice versâ*. Cependant tous les crystaux de cette variété, que j'ai observés, avoient les mêmes angles plans, en supposant que leur forme fût bien prononcée; d'où il suit que les axes des pyramides avoient aussi des hauteurs proportionnelles au volume des différens dodécaèdres. Ce fait tient à la loi des décroissemens que subissent les lames du crystal. J'ai trouvé qu'il falloit supposer que les soustractions se faisoient par une double rangée de molécules constituantes, pour que les angles calculés d'après cette loi de dé-

croiſſement, fuſſent égaux à ceux du cryſtal.

35. Soit *acgh* (*fig.* 24) une des faces du noyau, *geh* une des faces du dodécaèdre, & le quadrilatère *abdg*, le même qui eſt repréſenté *fig* 16. Menons *am*, prolongement de *ba*, juſqu'à la rencontre de *eg*; menons auſſi *hp*, *gz*, perpendiculaires ſur l'axe *ed*.

La méthode que je vais employer pour chercher les angles du cryſtal dont il s'agit, ſervira à-la-fois à démontrer deux propriétés géométriques aſſez ſingulières du ſolide repréſenté par ce cryſtal, comparé avec le noyau. L'une conſiſte en ce que la partie *ae* de l'axe qui dépaſſe le noyau, eſt égale à l'axe même *ad* de ce noyau.

Voici la ſeconde propriété. *acgh* étant, comme je l'ai dit, une des faces du noyau, ſi de l'angle *c* on mène *ct*, qui coupe le côté *ah* en deux également, le triangle *act* ſera ſemblable à chacune des faces du cryſtal ſecondaire, avec cette différence que celles-ci auront leurs côtés doubles des côtés correſpondans du même triangle.

Conſidérons d'abord le triangle menſurateur *kig*. Puiſque les lames de ſuperpoſition décroiſſent ici par les bords, ſi l'on ſuppoſe dans chaque lame deux rangées de molécules ſouſtraites, comme j'ai reconnu que cela étoit

néceſſaire, nous aurons ig égal à deux fois la petite diagonale d'une des faces de ces molécules, & ik égal au côté de ces mêmes molécules. Or, à cauſe des triangles ſemblables mag, kig, on a $gi : ik :: ga : am$. D'où il eſt facile de conclure que ga étant la petite diagonale d'une des faces du noyau, am ſera égal à la moitié du côté d'une des mêmes faces. Donc $am = \frac{1}{2}\, dg$. Maintenant les triangles ſemblables eam, edg, donnent $dg : am :: ed : ea$. Donc $ed = 2\, ea$, & $ad = ac$; ce qui étoit la première propriété à démontrer.

Cherchons maintenant la valeur abſolue de l'axe ad. L'angle gaz étant de 45° (30), le triangle rectangle agz eſt iſocèle. Donc $az = \sqrt{\overline{ag}^2 - \overline{gz}^2} = \sqrt{8-4}$ (30); ou $az = 2$. De plus, $dz = \sqrt{\overline{dg}^2 - \overline{gz}^2} = \sqrt{5-4} = 1$. Donc ad ou $ae = az + dz = 3$; d'où il ſuit que $ez = 5$. D'après ces valeurs, on aura $eg = \sqrt{\overline{ez}^2 + \overline{gz}^2} = \sqrt{25+4} = \sqrt{29}$.

Il ne reſte plus qu'à chercher eh. Or, $eh = \sqrt{\overline{pe}^2 + \overline{ph}^2} = \sqrt{(ea+pa)^2 + \overline{gz}^2} =$

$\sqrt{(ea+dz)^2+gz^2} = \sqrt{(3+1)^2+4}$ $= \sqrt{20}$. Nous avons donc dans le triangle *egh*, $eg = \sqrt{29}$, $eh\ \sqrt{20}$, $gh = \sqrt{5}$ (30). Il faut prouver maintenant que ces valeurs ſont doubles de celles des côtés du triangle *act*.

Du point *t*, abaiſſons *tx* perpendiculaire ſur *ch*; nous aurons $cx = \frac{3}{4}ch = \frac{3}{4}\sqrt{12}$ (30), & $tx = \frac{1}{2}ao = \frac{1}{2}\sqrt{2}$. Donc $ct = \sqrt{cx^2 + tx^2}$ $= \sqrt{\frac{108}{16} + \frac{1}{2}} = \sqrt{29}$.

D'ailleurs, $ca = \sqrt{5} = \frac{1}{2}\sqrt{20}$; & at $= \frac{1}{2}ca = \frac{1}{2}\sqrt{5}$. Partant, la ſeconde propriété indiquée eſt également démontrée.

Il ſuit de-là que l'angle *ehg*, qui eſt le plus grand des trois angles plans de l'une quelconque des faces du cryſtal ſecondaire, eſt parfaitement égal au grand angle *cah* des rhombes du ſpath d'Iſlande. Quant aux deux autres angles, il ſera facile de les déterminer, d'après les données que nous avons trouvées ci-deſſus. On aura pour le logarithme du ſinus de l'angle *egh*, le nombre 9 9 1 0 4 6 1 6, qui répond à 54° 27′ 30″; d'où il réſulte que le troiſième angle $geh = 24°\ 0'\ 17''$.

Si l'on ſe propoſoit de réſoudre le problême inverſe, c'eſt-à-dire, ſi l'on prenoit pour donnée l'égalité des angles *ehg*, *cah*, laquelle eſt ſenſible par l'obſervation faite d'une part ſur le cryſtal ſecondaire, & de l'autre ſur un cryſtal d'Iſlande, on trouveroit que ces deux angles ne peuvent avoir d'autre valeur que celle de 101° 32′ 13°.

Pour le prouver, ayant déja les mêmes lignes que ci-deſſus, menons *op*, *hr*, perpendiculaires, l'une ſur *ez*, l'autre ſur *eg*. Soient $ez = x$, $gz = ph = a$. Les décroiſſemens des lames de ſuperpoſition ſe faiſant toujours ſuivant la loi indiquée ci-deſſus, on aura, ainſi que je l'ai prouvé, $ea = ad$; & $az = \frac{2}{5}\, ez = \frac{2}{5}\, x$.

Cherchons d'abord l'expreſſion algébrique de la ſurface du triangle iſocèle *cah*. Cette ſurface eſt $ao \times oh = \sqrt{\overline{op}^2 + \overline{ap}^2} \times \sqrt{\overline{ph}^2 - \overline{op}^2}$. Mais $op = \frac{1}{2}\, gz = \frac{1}{2}\, a$. $ap = \frac{1}{2}\, az = \frac{1}{5}\, x$. Subſtituant $ao \times oh = \sqrt{\frac{1}{4}\, a^2 + \frac{1}{25}\, x^2} \times \sqrt{a^2 - \frac{1}{4}\, a^2} = \sqrt{\frac{3}{16}\, a^4 + \frac{3}{100}\, a^2 x^2} = \sqrt{\frac{25.}{25.}\, \frac{3}{16} a^4 + \frac{4.\ 3.}{4.\ 100}\, a^2 x^2} = \sqrt{\frac{75}{400}\, a^4 + \frac{12}{400}\, a^2 x^2} = \frac{1}{20} \sqrt{75\, a^4 + 12\, a^2 x^2}$.

Evaluons maintenant la surface du triangle egh. Cette surface est $\frac{1}{2} eg \times hr$.

Or, $eg = \sqrt{gz^2 + ez^2} = \sqrt{a^2 + x^2}$.

De plus, $eg : eh + hg :: eh - hg : er - gr$.

Mais $eh = \sqrt{hp^2 + ep^2} = \sqrt{a^2 + \frac{16}{25} x^2}$.

$hg = ah = \sqrt{hp^2 + ap^2} = \sqrt{a^2 + \frac{1}{25} x^2}$.

Substituant, la proportion deviendra $\sqrt{a^2 + x^2} : \sqrt{a^2 + \frac{16}{25} x^2} + \sqrt{a^2 + \frac{1}{25} x^2} :: \sqrt{a^2 + \frac{16}{25} x^2} - \sqrt{a^2 + \frac{1}{25} x^2} : er - gr$. D'où l'on tire $er - gr = \dfrac{a^2 + \frac{16}{25} x^2 - a^2 - \frac{1}{25} x^2}{\sqrt{a^2 + x^2}} = \dfrac{\frac{3x^2}{5}}{\sqrt{a^2 + x^2}} = \dfrac{3x^2}{5\sqrt{a^2 + x^2}}$. Donc gr, qui est la plus petite des deux quantités, sera égal à $\frac{1}{2} eg - \frac{1}{2}(er - gr) = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + x^2} - \dfrac{3x^2}{10\sqrt{a^2 + x^2}} = \dfrac{5a^2 + 2x^2}{10\sqrt{a^2 + x^2}}$. Donc $gr^2 = \dfrac{25a^4 + 20a^2x^2 + 4x^4}{100a^2 + 100x^2}$.

Or, $hr = \sqrt{hg^2 - gr^2} =$

$\sqrt{a^2 + \frac{1}{25}x^2 - \frac{25a^4 - 20a^2x^2 - 4x^4}{100a^2 + 100x^2}} =$

$\sqrt{\frac{75a^4 + 84a^2x^2}{100a^2 + 100x^2}}$. Donc la ſurface du triangle egh ſera $\frac{1}{2}eg \times hr = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + x^2} \times \sqrt{\frac{75a^4 + 84a^2x^2}{100a^2 + 100x^2}} = \frac{1}{20}\sqrt{75a^4 + 84a^2x^2}$.

Maintenant, ſi l'on prend ſur eh la partie hs égale à gh, & que l'on mène gs, il eſt clair qu'à cauſe de l'égalité des angles ehg, cah, & de celle des lignes ac, ah, gh, hs, le triangle ghs ſera ſemblable & égal au triangle cah. Or, les triangles ghs, ghe, ayant pour hauteur commune une perpendiculaire qui ſeroit abaiſſée de l'angle g ſur eh, prolongée autant qu'il eſt néceſſaire, ſont entr'eux comme leurs baſes sh, eh. Donc les triangles cah, egh, ſeront auſſi comme les lignes ah, eh, ou comme $\sqrt{a^2 + \frac{1}{25}x^2} : \sqrt{a^2 + \frac{16}{25}x^2}$.

Reprenant les expreſſions de ces deux triangles, telles que nous les avons trouvées plus haut, nous aurons $\frac{1}{20}\sqrt{75a^4 + 12a^2x^2} : \frac{1}{20}\sqrt{75a^4 + 84a^2x^2} :: \sqrt{a^2 + \frac{1}{25}x^2} : \sqrt{a^2 + \frac{16}{25}x^2}$. Supprimant les fractions $\frac{1}{20}$;

& les signes radicaux ; puis égalant le produit des extrêmes à celui des moyens, $75\,a^6 + 12\,a^4\,x^2 + 48\,a^4\,x^2 + \frac{192}{25}\,a^2\,x^4 = 75\,a^6 + 84\,a^4\,x^2 + 3\,a^4\,x^2 + \frac{84}{25}\,a^2\,x^4$.

Réduisant & divisant tout ce qui reste par $a^2\,x^2$, on aura $\frac{108\,x^2}{25} = 27\,a^2$, & $108\,x^2 = 675\,a^2$. Divisant par 3, $36\,x^2 = 225\,a^2$. Extrayant les racines, $6\,x = 15\,a$; donc $a = \frac{6}{15}\,x = \frac{2}{5}\,x$. C'est-à-dire, que $gz = \frac{2}{5}\,ez = az$. D'où il suit que $po = ap$, & que le triangle rectangle *apo* est isocèle : ce qui est précisément la même donnée, d'après laquelle nous avons trouvé (30) que l'angle *cah* étoit de 101° 32′ 13″.

SPATH CALCAIRE RHOMBOÏDAL A SOMMETS AIGUS (*a*). Spath calcaire rhomboïdal aigu. DAUBENTON, *Tableau minér.*

Développement. Six rhombes égaux & semblables entr'eux. L'angle *bac* (*fig.* 27) au sommet du crystal est de 75° 31′ 20″. L'angle $abg = 104°\ 28'\ 40''$.

(*a*) On a donné aussi à ce spath les noms de *spath muriatique*, *spath coquillier*, parce qu'on le trouve souvent dans les coquilles fossiles.

36. Voici la troisième forme rhomboïdale que nous offrent les ſpaths calcaires. Elle eſt diſtinguée de celles dont j'ai déjà parlé (21 & 22), en ce que ſes deux ſommets ſont composés de trois angles aigus, au lieu que dans les deux autres ſpaths cités, ces mêmes angles ſont obtus.

Suppoſons que *abgc*, *acfe* (*fig.* 25), repréſentent deux des faces qui ſe réuniſſent trois à trois, pour former un des ſommets aigus de ce cryſtal, & que *cghf* ſoit une des faces qui forment le ſommet oppoſé. Pour diviſer le rhomboïde par des coupes nettes, il faut que les ſections ſe faſſent parallèlement aux arètes *ac*, *ab*, *ae*, &c., en paſſant par des lignes *im*, *ln*, &c., également éloignées de ces arètes. Cela poſé, on détachera d'abord des lames pentagones, telles que *aimnl*, dont l'angle *ial* au ſommet ſera de 101° 32′ 13″, comme celui du ſpath d'Iſlande, & dont les deux angles *mn*, ſur la baſe, ſeront droits. Ces lames croîtront en largeur à chaque ſection, en même temps qu'elles décroîtront en hauteur. Lorſque l'on ſera arrivé au point où les ſections voiſines ſe toucheront, c'eſt-à-dire, au milieu des côtés *bg*, *cg*, *cf*, *ef*, &c., le cryſtal ſe trouvera changé en un autre, qui aura ſix faces pentagones ſemblables

à *abghl* (*fig.* 26); lesquelles seront des portions d'un rhombe *acek*, avec six facettes triangulaires isocèles *ihp* (*fig.* 27), qui seront le résidu des faces primitives du crystal, & qui auront leur base *hp* égale à la base *gh* (*fig.* 26) des pentagones, & leurs côtés adjacens & égaux aux côtés *lh* des mêmes pentagones. Au-delà des points de contact dont j'ai parlé, les sections anticipant les unes sur les autres, feront disparoître les angles *g*, *h*, des pentagones; en sorte que ceux-ci passeront successivement par les figures *abstuxl*, *abndrl*, &c., jusqu'à ce qu'ils soient parvenus à la figure du rhombe *abol*; & à ce terme, on aura le noyau du crystal.

Si l'on fait des sections dans quelqu'une des lames pentagones *abghl*, dont j'ai parlé d'abord, on s'apperçoit que ces lames ne sont qu'un assemblage de rhomboïdes semblables à celui du spath d'Islande, avec des vuides triangulaires, disposés tant sur la base *gh*, que sur les côtés *bg*, *lh*, & qui sont produits par des soustractions de molécules constituantes, comme je l'ai déjà expliqué. Quant aux lames, soit eptagones, comme *abstuxl*, soit exagones, comme *abndrl*, que l'on détache, passé le point où les sections voisines se touchent, il est aisé de juger, par la seule

inspection de la *figure* 26, qu'elles ne sont pareillement qu'un assemblage de molécules semblables à la forme primitive.

37. Cette structure fournit des données pour calculer rigoureusement les angles plans du crystal dont il s'agit. Soit *abgc* (*fig.* 27), une des faces de ce crystal. Si l'on divise cette face, en faisant passer les droites *rp*, *sh*, *hp*, par le milieu des côtés, il est aisé de voir que le triangle *ihp* représentera ce qui reste de la face *abgc*, lorsque les sections faites successivement sur les différentes arètes du crystal, indiquées plus haut (36), sont parvenues à leur point de contact. Or, le triangle *ihp* étant semblable au demi-rhombe *abc*, toute l'opération se réduit à trouver l'angle *pih*. Remarquons que *ph* = *gh* (*fig.* 26) = *bl*, qui est la grande diagonale d'une des faces *abol* du noyau. De plus, *pi* (*fig.* 27) = *lh* (*fig.* 26, $= \frac{ae}{2} =$ *ao*, qui est la petite diagonale du même rhombe. Donc *ph* = $\sqrt{3}$ (*fig.* 27), & *pi* = $\sqrt{2}$. Le triangle *pni*, résolu d'après ces valeurs, donne pour le logarithme du sinus de *pin*, le nombre 97870156, qui répond à l'angle de 37° 45′ 40″. Partant, l'angle *pih*, ou son égal

cab, sera de 75° 31′ 20″; d'où il suit que le grand angle *abg* du rhombe est de 104° 28′ 40″.

38. Cherchons maintenant la loi des décroissemens que subissent les lames ajoutées au noyau. Mais observons, avant tout, que ces lames, prises en partant du noyau, croissent vers leurs bases, en même temps qu'elles diminuent dans le sens de leur largeur; de sorte que la première de ces variations est une suite nécessaire de la seconde. Il faut prouver maintenant que l'une & l'autre se font par une simple rangée de molécules. Commençons par les décroissemens qui ont lieu sur les angles latéraux des lames de superposition. Soient *gteho*, *goknr*, *apskh* (*fig.* 29. A), trois des grandes faces du crystal, en le supposant parvenu au point où il auroit six faces pentagones, & six facettes triangulaires isocèles, dont une est représentée par *ohk*. Nous avons vu (36) que les sections faites dans le rhomboïde conduisoient à un solide de cette forme. Soient de plus *gcbu*, *bplu*, *gulx*, les rhombes dont les pentagones cités font partie. Ayant mené la diagonale *ux*, imaginons une nouvelle lame pentagone, qui seroit appliquée sur la face *goknr*. Cette lame sera nécessairement plus

troite

étroite que celle à laquelle appartient cette même face. Soit qyz le triangle mensurateur: qz qu'il faut supposer relevé obliquement sur le plan de la figure, étant le côté d'un des petits rhomboïdes qui composent la lame que nous considérons ici, il ne s'agira que d'avoir la valeur de qy, qui mesure la quantité dont la lame dont il s'agit est surpassée par celle qui est placée immédiatement au-dessous. Or, comme on peut concevoir le triangle qyz situé où l'on voudra, supposons que l'angle y soit au milieu du côté ok, de manière que qy fasse partie de ux. zy étant dans la direction de hy, il est facile de voir que le triangle qyz est semblable au triangle huy, à cause des parallèles qz, hu, & des positions de qy, zy, sur les prolongemens de uy, hy. Donc $hu : uy :: qz : qy$; ou $\frac{1}{2} bu : \frac{1}{4} ux$ ou $\frac{1}{4} cu :: qz : qy$; ou enfin $bu : \frac{1}{2} cu :: qz : qy$. Or, bu est le côté ou l'arète du rhomboïde, auquel appartiennent les faces $gcbu$, $gulx$, &c.; cu est la grande diagonale d'une de ces faces; qz est le côté d'une des molécules: donc qy sera la moitié de la grande diagonale des faces de cette molécule; c'est-à-dire, que les soustractions se font par une simple rangée de petits rhomboïdes.

Paſſons aux variations qui ont lieu ſur les baſes des lames de ſuperpoſition, & qui ſont, comme je l'ai obſervé plus haut, de véritables accroiſſemens. Menons la hauteur *pf* du pentagone *apskh*, prolongée juſqu'en *u*, & la hauteur *of* du triangle *ohk*. Concevons que *fmi* ſoit le triangle menſurateur, dans lequel, ayant déjà *fm* égal au côté d'un des rhomboïdes qui compoſent le rebord inférieur ou la baſe de la lame à laquelle appartient le pentagone *apskh*, il ne s'agira plus que de ſavoir ſi *mi* (*a*), qui meſure l'excès de cette lame ſur celle qui eſt au-deſſous, eſt égal ſimplement à la moitié de la petite diagonale du rhombe primitif, ou à cette diagonale entière. Or, *fm* eſt parallèle à *gu*, qui eſt l'un des côtés du rhomboïde, auquel appartiennent les faces *gcbu*, *gulx*, &c. *mi* eſt parallèle à *pu*, qui eſt la petite diagonale d'une des mêmes faces; de plus, *fi* fait partie de *of*:

(*a*) Voyez (*fig.* 29. B) une coupe verticale du ſolide dont il s'agit, & dans laquelle les lignes *gu*, *pu*, *fo*, &c., répondent à celles qui ſont indiquées par les mêmes lettres, ſur la *fig.* 29. A. On y voit auſſi le triangle *fmi*, dans ſa véritable poſition; & la ligne continuement anguleuſe *fmiφζμo*, repréſente l'eſpèce de crénelure formée par les rebords des lames compoſantes ſur la ſurface du triangle *ohk*.

donc le triangle fim eſt ſemblable au triangle ouf. Partant, $uo : fu :: fm : im$; ou $\frac{1}{2} gu : \frac{1}{4} pu :: fm : im$; ou enfin $gu : \frac{1}{2} pu :: fm : im$: d'où l'on conclura, par un raiſonnement ſemblable à celui que nous avons fait ci-deſſus, que im eſt la moitié de la petite diagonale d'une des faces des rhomboïdes compoſans; c'eſt-à-dire, que les accroiſſemens ſe font vers cette partie du cryſtal, par de ſimples rangées de ces rhomboïdes.

Je ne dirai rien des variations que ſubiſſent les lames, par rapport aux angles à la baſe des pentagones, où il ſe forme de nouveaux rebords qui changent ces pentagones en eptagones (36), au-delà des points de contact des ſections voiſines. Il eſt aiſé de voir que ces rebords étant ſur des plans parallèles aux faces du noyau, tout ſe paſſe à cet égard, comme ſi ce même noyau ſe fût accru ſans changer de forme.

On peut déduire de tout ce qui précède, une méthode facile pour tracer, à l'aide du compas & de la règle, les faces des principales variétés du ſpath calcaire, rapportées à un noyau commun. Ayant déterminé à volonté le côté du ſolide rhomboïdal qui doit repréſenter le noyau, on tracera un rhombe

acgh (*fig.* 28) ſemblable à l'une quelconque des faces de ce rhomboïde, mais dont les côtés ſeront doubles de ceux des mêmes faces. On menera de plus les deux diagonales *a h*, *a g* du rhombe, & la droite *c t*, qui doit aboutir au milieu *t* du côté *a h*.

Cela poſé, le triangle ſcalène *a c t* donnera l'une des faces du ſpath *à dent de cochon*, comme je l'ai prouvé plus haut (35).

Pour avoir une des faces du ſpath rhomboïdal à ſommets très-obtus (22), laiſſez ſubſiſter la grande diagonale *c h*, & prenez le côté *a h* pour en faire la petite diagonale d'un nouveau rhombe *g f p o* (*fig.* 11). Ce rhombe ſera celui du ſpath dont il s'agit.

Pour le ſpath rhomboïdal à ſommets aigus (36), laiſſez pareillement ſubſiſter la grande diagonale *c h* (*fig.* 28) du rhombe *a c g h*, & prenez ſa petite diagonale *a g* pour en faire le côté d'un nouveau rhombe *a b g c* (*fig.* 27). Ce rhombe ſera l'une des faces du ſpath à ſommets aigus.

SPATH PERLÉ. *Id.* DAUBENT. *Tableau minéralogique.*

39. Le ſpath perlé ſe trouve rangé parmi les ſpaths peſans, dans les divers Traités de

Minéralogie qui ont paru avant que j'eusse communiqué à l'Académie des Sciences (*a*) les observations que j'ai faites relativement à cet objet. Les crystaux de ce spath, ordinairement groupés confusément, & disposés en recouvrement les uns sur les autres, sont aussi quelquefois assez détachés pour que l'on puisse en appercevoir distinctement les différentes faces. Ils se présentent alors sous des formes rhomboïdales tout-à-fait semblables à celles du spath d'Islande, ayant des angles égaux à ceux de ce crystal, & se divisant, comme lui, parallèlement à leurs faces, en crystaux plus petits, & de la même figure.

Frappé de ce rapport de structure entre des crystaux que l'on avoit regardés jusqu'ici comme très-différens, j'ai cherché à me procurer des éclaircissemens sur les propriétés physiques & chymiques du spath perlé. M. Brisson, qui prépare, sur les pesanteurs spécifiques des corps naturels, un Ouvrage doublement précieux, & par l'exactitude des résultats, & par la sûreté de la nomenclature qui sera

---

(*a*) Le Mémoire qui renferme ces observations a été lu à l'Académie le 15 Juin 1782.

prise dans la belle distribution méthodique de M. Daubenton, a eu la complaisance de me communiquer l'évaluation des pesanteurs relatives des spaths pesans, du spath perlé, & du spath calcaire rhomboïdal. Voici l'ordre de ces pesanteurs, rapportées au terme commun de la pesanteur de l'eau, que M. Brisson fixe à 10000.

Spath pesant en lames rhomboïdales. .	44434.
Spath pesant en masses blanches & opaques	44300.
Spath perlé	28378.
Spath calcaire rhomboïdal	27151.

On voit, par ces évaluations, que la pesanteur spécifique du spath perlé diffère beaucoup moins de celle des spaths calcaires que de celle des spaths pesans.

M. Bertholet a bien voulu aussi me faire part du résultat de l'analyse qu'il a faite du spath perlé. Cet habile Chymiste a trouvé que ce spath n'est qu'un composé de matière calcaire, avec une petite quantité de fer, dans la proportion de quatre grains ou quatre grains & demi sur cent. Ainsi le spath perlé, sous quelque point de vue qu'on le considère, doit être rangé parmi les spaths calcaires; & s'il a une pesanteur spécifique plus considé-

dérable, & ne fait pas une auſſi prompte efferveſcence avec les acides, on ne doit attribuer, ce me ſemble, cette différence qu'au mêlange des parties ferrugineuſes qu'il contient.

ARTICLE IV.

Application aux Spaths peſans.

40. Je place ici les ſpaths peſans, parce que leur forme primitive a du rapport avec celle des ſpaths calcaires, comme nous le verrons bientôt. Les cryſtaux du genre dont il s'agit ici, ont excité l'attention des Phyſiciens par la propriété qu'on a reconnue à pluſieurs d'entr'eux de devenir des phoſphores, lorſqu'après leur avoir fait ſubir une certaine préparation, & les avoir expoſés pendant quelques inſtans au ſoleil, on les porte dans un lieu obſcur. Ils n'ont pas moins exercé la Chymie par la recherche de cette terre particulière que l'on en retire à l'aide de l'analyſe, & à laquelle on a attribué leur peſanteur conſidérable; mais dont il paroît que la nature n'eſt pas encore bien connue. Quant aux caractères que peut fournir la Minéralogie pour diſtinguer ces mêmes ſpaths d'avec les ſpaths fluors-phoſphoriques, il me

ſemble qu'aucun de ceux qui ont été indiqués juſqu'ici n'eſt propre à fixer d'une manière nette & préciſe la limite qui ſépare ces deux genres de pierres, ſur-tout lorſqu'elles ne ſe préſentent pas ſous des formes aſſez régulières pour qu'on puiſſe déterminer leur cryſtalliſation. Mais la ſtructure fournit entr'eux un point de partage que je regarde comme à l'abri de toute équivoque; car en détachant, à l'aide d'un inſtrument tranchant, un fragment de la pierre ſur la nature de laquelle il reſtera quelque doute, & en frappant avec précaution ſur ce fragment, on verra paroître des joints qui donneront des rhombes qu'on ne pourra ſous-diviſer en triangles, ſi le fragment appartient à un ſpath peſant, & des triangles équilatéraux, ſi l'on opère ſur un morceau de ſpath phoſphorique. C'eſt ce que l'on concevra aiſément, d'après l'explication que je donnerai de la ſtructure de ces deux genres de cryſtaux.

Forme primitive.

SPATH PÉSANT EN LAMES RHOMBOÏDALES. *Id.* DAUBENT. *Tabl. minér.*

Développement. Deux rhombes ſemblables au rhombe *a b c d* (*fig.* 10), qui eſt celui du ſpath d'Iſlande. Quatre rectangles égaux.

41. Les deux rhombes qui forment les grandes faces oppoſées du cryſtal dont il s'agit ici, ont, autant que j'ai pu en juger par les meſures que j'en ai priſes, les mêmes angles que le rhombe du ſpath d'Iſlande ; c'eſt-à-dire, que le plus grand de ces angles eſt de 101° 32′ 13″, & le plus petit de 78° 27′ 47″ (21), en ſuppoſant l'égalité parfaite (*a*). J'ai pris une lame rhomboïdale de ſpath calcaire ; je l'ai appliquée ſur une lame de ſpath peſant, en faiſant correſpondre le grand angle de l'une avec celui de l'autre, & il m'a ſemblé que les lignes qui formoient ces angles coïncidoient exactement, ſans que je puſſe appercevoir aucune différence. On ne confondra cependant pas une lame de ſpath peſant avec une lame de ſpath calcaire, puiſque, dans celle-ci, toutes les faces étant rhomboïdales, ſont inclinées reſpectivement les unes ſur les autres ; au lieu que dans le ſpath peſant, les faces latérales étant des rectangles, ſont perpendiculaires ſur les deux grandes faces du cryſtal.

Le ſpath peſant en lames rhomboïdales ſe diviſe parallèlement à ſes différentes faces, en rhomboïdes partiels, ou en petits priſmes

(*a*) On trouvera ci-après (n°. 47) une autre donnée qui conduit aux mêmes angles.

droits & quadrangulaires, dont les bases sont des rhombes qui ont des angles égaux à ceux de la forme primitive. La structure du cryftal ne détermine point le rapport de la hauteur de ces prismes avec le côté du rhombe, puisqu'on peut diviser le prisme partout où l'on voudra par des sections parallèles à ses deux bases ; ce qui donne d'autres prismes plus courts, dont la hauteur varie à l'infini. Je prouverai plus bas, que ces prismes, considérés comme les molécules constituantes des spaths pesans, ont la forme la plus simple, c'est-à dire, que leurs faces latérales sont des quarrés.

Formes secondaires.

SPATH PESANT OCTAÈDRE A SOMMETS AIGUS. (*Pl. IV*, *fig.* 30 *). DAUBENT. *Tableau minér.*

Développement. Quatre trapèzes *b a g m* (*fig.* 31). Six triangles isocèles *a s g* (*fig.* 32).

---

* Les sommets du cryftal, tels que je le considère ici, sont composés des faces triangulaires *a g s*, *o g s*, *b q m*, *x q m*, qui se réunissent deux à deux par leurs bases aux extrémités du cryftal. Les angles formés par les plans de ces triangles, à l'endroit des arètes *s g*, *q m*, sont dans le cas présent des angles aigus.

Angles du trapèze *bmg* = *agm* = 46° 8′ 46″. *mba* = *gab* = 133° 51′ 14″. Angles du triangle. *gas* = 53° 7′ 50″. *ags* = *asg* = 63° 26′ 5″.

42. Les ſections par leſquelles on détache les grandes lames dont ce cryſtal eſt compoſé, ſe font parallèlement au plan, qui eſt cenſé paſſer par les hauteurs *ac*, *bp* (*fig.* 30), des triangles qui forment ſes quatre petites faces. Ces lames repréſentent, par leurs grandes faces, des exagones alongés, tels que ABGHNO (*fig.* 33), dont la longueur AH eſt conſtante, & qui s'accroiſſent en largeur juſqu'à la lame du milieu, qui eſt la plus grande de toutes. En ſous-diviſant ces exagones, on trouve qu'ils ſe partagent en petits priſmes quadrangulaires ſemblables à la forme primitive, & dans leſquels le petit angle du rhombe eſt tourné vers le ſommet A ou H de l'exagone. Les triangles que l'on voit ſur les grands bords des exagones, annoncent les petits vuides qui ſe trouvent entre les angles extérieurs des molécules conſtituantes diſpoſées le long de ces mêmes bords. La ſituation du noyau de forme primitive eſt indiquée par le rhombe PRST.

43. Quant à la loi des décroiſſemens que ſubiſſent les lames de ſuperpoſition, tandis

qu'elles diminuent en largeur, on la trouvera, d'après les principes exposés ci-dessus (13). Mais comme nous ignorons quelle est la hauteur des molécules constituantes, il a fallu faire à cet égard une hypothèse que nous verrons bientôt se vérifier par l'accord du calcul avec l'observation. J'ai donc supposé que les faces latérales de ces molécules étoient des quarrés (*a*). D'après cette supposition,

---

(*a*) Il n'est pas inutile d'observer ici que les coupes qui se font parallèlement à ces quarrés, sont moins faciles & moins nettes que celles qui sont parallèles aux rhombes des bases; aussi ces dernières figures offrent-elles moins de points d'adhérence, ayant moins d'étendue que le quarré de même contour. Ceci revient à l'observation que j'ai déjà faite (*pag.* 51, *Note* 1). On verra qu'elle se vérifie par rapport à d'autres genres de crystaux dont je parle dans cet *Essai*. J'en retrouve encore la confirmation dans un assez grand nombre de substances crystallisées, sur lesquelles je me propose de publier mes vues dans la suite. Par exemple, les crystaux du feldt-spath offrent trois coupes différentes: l'une dans le sens d'un parallélogramme obliquangle, & les deux autres parallèlement à deux rectangles. La première de ces coupes, ainsi que celle qui se fait parallèlement à l'un des rectangles, est plus nette que celle qui est parallèle à l'autre rectangle. Aussi, en recherchant par le calcul les dimensions des faces des molécules, d'après la loi des décroissemens, ai-je trouvé

ſoit *ocl* (*fig.* 34) le triangle menſurateur. Il eſt clair par la ſuppoſition, que *o l* eſt égal au côté B *i* (*fig.* 33) d'une des molécules conſtituantes. Il ne reſte plus qu'à déterminer *c l*, qui doit donner la loi des décroiſſemens. Or, l'angle *o c l* eſt égal à l'angle *r a n* (*fig.* 30), formé par une perpendiculaire *a r*, abaiſſée de l'extrémité *a* de l'arète *a b* ſur l'arète *g m*, & par *a n*, menée perpendiculairement ſur l'axe *cp* du cryſtal; c'eſt-à-dire, que l'angle *o c l* (*fig.* 34) eſt la moitié de celui que forment entr'elles les grandes faces du cryſtal ſur l'arète *a b* ou *o x*. D'après cela, un ſimple coup-d'œil jeté ſur le cryſtal, ſuffit pour faire juger que l'on a, dans le cas préſent, *o l* plus petit que *c l*; d'où il ſuit que cette dernière ligne ſera la petite diagonale entière d'un des rhombes compoſans, & non pas la moitié ſeulement de cette diagonale : car alors on auroit *o l* plus grand que *c l*. Il faut donc qu'après avoir calculé l'angle *ocl*, en faiſant uſage des données précédentes, & en avoir pris le double, on ait un angle

---

que le dernier rectangle dont je viens de parler avoit une ſurface plus grande dans le rapport de 3 à $\sqrt{3}$, que celle de l'autre rectangle & du parallélogramme obliquangle, qui ſont égaux entr'eux.

égal à celui que l'on obſerve ſur le cryſtal même, en meſurant l'inclinaiſon des deux faces, qui ſe réuniſſent à l'endroit de l'arète *ab* ou *ox*.

Il eſt aiſé de voir, d'après l'égalité des angles du rhombe dans le ſpath peſant & le ſpath calcaire, que l'on a $lo = \sqrt{5}$ (30); $cl = \sqrt{8}$. Donc $co = \sqrt{13}$. Réſolvant le triangle rectangle *ocl* à l'aide de ces données, on trouvera, pour le logarithme de *ocl*, le nombre 97925133, qui répond à l'angle de 38° 19′ 43″, avec un reſte $\frac{96}{133}$, lequel vaut plus de 30‴. Donc l'angle que forme l'inclinaiſon reſpective des grandes faces du cryſtal ſur les arètes *ab*, *ox*, doit être de 76° 39′ 27″; & l'angle formé par l'inclinaiſon des mêmes faces ſur les arètes *gm*, *qs*, ſera de 103° 20′ 33″. Or, l'obſervation donne ſenſiblement les mêmes angles; ce qui confirme la ſuppoſition faite par rapport à la forme des molécules conſtituantes, & fait voir de plus que les lames de ſuperpoſition décroiſſent, dans le cas préſent, par des ſouſtractions d'une double rangée de molécules (14); en ſorte que ces lames peuvent être repréſentées ſucceſſivement par les exagones ABGHNO, A*g d* H *km* (*fig.* 33).

Quant à l'angle formé par les petites faces triangulaires bqm, xqm d'une part, & ags, ogs de l'autre (*fig.* 30), ſur les arètes qm, gs, ſa valeur eſt évidemment de $78^\circ\ 27'\ 47''$; puiſque, d'après la ſtructure du cryſtal, cet angle eſt égal au petit angle du rhombe de figure primitive.

44. Le calcul des angles plans du cryſtal eſt facile, d'après ce qui précède. Propoſons-nous d'abord de déterminer ceux de la face triangulaire ags. Il eſt aiſé de voir que an & cn ſont entr'elles comme la moitié de la petite diagonale du rhombe appartenant au ſpath peſant eſt à la moitié de la grande diagonale du même rhombe, ou, ce qui revient au même, comme la petite diagonale entière eſt à la grande. Ce rapport ſuit évidemment de la ſtructure des lames exagones qui compoſent le cryſtal; c'eſt-à-dire, que $an : cn :: \sqrt{8} : \sqrt{12}$. D'ailleurs, à cauſe des triangles ſemblables col (*fig.* 34), & ran (*fig.* 30), on a $an : nr :: cl : ol :: \sqrt{8} : \sqrt{5}$. D'où il ſuit que nous pouvons faire $an = \sqrt{8}$, $cn = \sqrt{12}$, & $nr = \sqrt{5}$. Ayant mené ac perpendiculaire ſur gs, nous aurons $ac = \sqrt{\overline{an}^2 + \overline{cn}^2} = \sqrt{8+12} = \sqrt{20}$. Main-

tenant, dans le triangle rectangle *a c g*, nous connoissons $cg = nr = \sqrt{5}$, & $ac = \sqrt{20}$. Résolvant ce triangle, on aura pour le logarithme de la tangente de l'angle *a g c*, le nombre 103010300, qui répond à l'angle de 63° 26′ 5″. Cette valeur sera aussi celle de l'angle *a s g*, & l'angle *g a s* sera de 53° 7′ 50″.

Cherchons maintenant les angles du trapèze *g m b a*. Dans le triangle rectangle *a g r*, nous avons $rg = cn = \sqrt{12}$, & $ar = \sqrt{an^2 + rn^2} = \sqrt{8 + 5} = \sqrt{13}$. Résolvant ce triangle, nous trouverons pour le logarithme de la tangente de l'angle *a g r*, le nombre 100173811, qui répond à 46° 8′ 46″, valeur de chacun des angles sur la base du trapèze; d'où il suit que la valeur de l'angle *g a b*, ou de *m b a* son égal, sera de 133° 51′ 14″.

SPATH PESANT OCTAÈDRE CUNÉIFORME A SOMMETS OBTUS. *Id.* DAUBENT. *Tabl. minér.*

Développement. Quatre trapèzes *b m g a* (*fig.* 38). Quatre triangles rectangles isocèles. Angles du trapèze *b m g* = *a g m* = 63° 26′ 6″. *g a b* = *m b a* = 116° 33′ 54″.

45. Les cryſtaux de ce ſpath, que j'ai obſervés, avoient été apportés du Mont Etna, & leur matrice étoit mêlée de ſoufre. On remarque ſouvent, à chacun de leurs ſommets, deux facettes ſurnuméraires, qui remplacent les deux angles ſolides ſitués aux extrémités des arètes de ces ſommets. Je fais abſtraction, pour l'inſtant, des facettes dont il s'agit.

Le cryſtal octaèdre qui vient d'être décrit, ſe diviſe comme celui de la variété précédente (42) ; mais les rhombes, qui compoſent les lames exagones que l'on détache à chaque ſection, ont leur grand angle, au lieu du petit, tourné vers le ſommet du cryſtal, qui, par cette raiſon, eſt obtus-angle, comme on peut en juger par l'inſpection de la *figure* 36, laquelle repréſente une coupe exagone de ce cryſtal.

46. Les décroiſſemens des lames de ſuperpoſition ſe font, dans cet octaèdre, ſuivant la loi la plus ſimple, c'eſt-à-dire, par des ſouſtractions d'une ſeule rangée de molécules. Pour le prouver, repréſentons encore, par la *figure* 30, l'octaèdre dont il s'agit ici, & qui ne diffère de l'autre que par la valeur des angles. Soit *c o l* (*fig.* 35) le triangle menſurateur, dans le cas préſent. On aura *o l* plus

grand que cl, comme on s'en apperçoit à la ſeule inſpection du cryſtal ; ce qui indique que cl n'eſt que la moitié de la grande diagonale d'un des rhombes compoſans. Quant à la ligne ol, elle ſera toujours égale au côté de la molécule conſtituante. On aura donc $ol = \sqrt{5}$, $cl = \sqrt{3}$, & $co = \sqrt{8}$. Ces valeurs donnent 52° 14′ 19″ pour l'angle ocl; d'où il ſuit que l'angle formé par les inclinaiſons des grandes faces du cryſtal ſur les arètes ab, ox, eſt, dans le cas préſent, de 104° 28′ 38″; & l'angle formé par les inclinaiſons des mêmes faces ſur les arètes gm, sq, de 75° 31′ 22″; ce qui s'accorde avec l'obſervation. Ainſi, les lames de ſuperpoſition décroiſſent dans ce cryſtal ſuivant la loi indiquée plus haut; c'eſt-à-dire, que les faces exagones de ces lames peuvent être repréſentées ſucceſſivement par les figures ABGHNO, A*fi*H*rt*, &c. (*fig.* 36).

47. Déterminons maintenant les angles plans du cryſtal, en commençant par ceux des faces triangulaires sag. Les triangles ſemblables anr, ocl, donnent $an : nr :: cl : ol :: \sqrt{3} : \sqrt{5}$. De plus, $an : cn :: \sqrt{3} : \sqrt{2}$. Donc nous pouvons faire $an = \sqrt{3}$,

$nr = \sqrt{5}$, & $cn = \sqrt{2}$. Donc $ac = \sqrt{\overline{an}^2 + \overline{cn}^2} = \sqrt{5}$. Mais $cg = nr = \sqrt{5}$; donc le triangle rectangle acg eſt iſocèle: d'où il ſuit que la face sag eſt elle-même un triangle rectangle iſocèle; ce que l'obſervation confirme pareillement (*a*).

A l'égard des angles du trapèze $gmba$, conſidérant le triangle rectangle agr, nous avons $gr = cn = \sqrt{2}$, & $ar = \sqrt{\overline{an}^2 + \overline{nr}^2} = \sqrt{3 + 5} = \sqrt{8}$. Ce triangle réſolu donne pour logarithme de la tangente de agr, le nombre 10301 0300, qui répond à 63° 26′ 5″, valeur de chacun des deux angles agm, bmg; d'où il ſuit que celle de chacun des angles gab, mba, eſt de 116° 33′ 55″.

Concevons maintenant que le cryſtal ait à chacune de ſes extrémités les deux facettes ſurnuméraires dont j'ai parlé plus haut (45). Si ces facettes ſont aſſez grandes pour ſe toucher par leurs ſommets, elles deviendront, dans ce cas, des quadrilatères alongés, tels que $oais$ (*fig.* 37); les faces triangulaires du

(*a*) L'exiſtence de l'angle droit dont il s'agit ici aſſure les valeurs trouvées pour tous les autres angles, d'après le principe énoncé pag. 26 de l'Introduction.

cryſtal ſe trouveront changées elles-mêmes en d'autres quadrilatères *d o s b*, *i m g s*, & les grandes faces ſeront des exagones irréguliers, dont la *fig.* 37 repréſente deux moitiés *ahtmi*, *ahkdo*. Tant que les coupes, qui ſe font dans le cryſtal, ne paſſent que ſur les facettes accidentelles, ces coupes ſont des rectangles, tels que *cdbn* (*fig.* 36). Au-delà du point où ces coupes paſſent auſſi ſur les quadrilatères qui ſont reſtés des faces triangulaires du cryſtal, les rectangles ſe changent en octogones ſemblables à *c* B G *n b* N O *d* (*fig.* 36). Enfin, la figure de la dernière coupe, qui paſſe par les deux pointes du cryſtal, eſt un exagone ſemblable à ceux que l'on détache de l'octaèdre ſimple & ſans facettes ſurnuméraires. Si au contraire ces facettes ſont trop petites pour ſe toucher, auquel cas il eſt aiſé de voir que les faces triangulaires de l'octaèdre ſe trouvent changées en pentagones, alors les coupes octogones conſervent leur figure ſans paſſer à celle de l'exagone.

48. Les facettes dont il s'agit réſultent de la même loi de décroiſſement qui a lieu dans l'octaèdre à ſommets aigus (42), par rapport aux grands côtés des lames qui compoſent cet octaèdre ; c'eſt-à-dire, que les lames du cryſtal à facettes, au lieu d'être conſtantes

dans leur axe ou leur hauteur, décroissent vers leurs extrémités A, H (*fig.* 36), par des soustractions d'une double rangée de molécules constituantes. Aussi, l'angle que forment les plans des facettes surnuméraires se trouve-t-il être de 76° 39′ 27″, comme celui que forment les grandes faces de l'octaèdre à sommets aigus par leurs inclinaisons sur les arètes *ab*, *ox*, (*fig.* 30).

49. J'ai dit (13) que quand les décroissemens se faisoient par des soustractions d'une double rangée de molécules constituantes, il se pouvoit qu'il y eût des stries sensibles sur la surface du crystal. J'ai apperçu de ces stries, à l'aide de la loupe, sur les facettes surnuméraires de l'octaèdre dont je viens de parler. Aussi ces facettes sont-elles précisément de celles où les décroissemens des lames suivent la loi indiquée.

50. D'après les données que fournit cette loi, & en général la structure de ce crystal, on peut déterminer, par le calcul, les angles plans du même crystal, dans le cas des facettes surnuméraires. Je me borne à donner le résultat de ce calcul.

1°. Pour la facette *a o s i* (*fig.* 37 & 39), *i o s* = 87° 42′ 27″. *a o s* ou *a i s* = 110° 29′ 16″. *i a o* = 51° 19′ 1″.

2°. Pour le quadrilatère *s i m g* (*fig.* 37 & 40), *i m s* = 90°. *m i s* ou *m g s* = 108° 25′ 48″. *g s i* = 53°. 8′ 24″.

3°. Pour l'exagone *l r a b z x* (*fig.* 38), *b a r* = *a b z* = 116° 33′ 54″. *l r a* = *b z x* = 108° 26′. *r l x* = *z x l* = 135° 0′ 6″.

Le ſpath peſant eſt ſuſceptible de pluſieurs autres variétés de formes, dont je ne dirai qu'un mot. Ce ſpath ſe trouve cryſtalliſé, par exemple, tantôt en lames exagones, & tantôt en lames rectangles, avec des biſeaux ſur les bords; ce dernier porte le nom de *ſpath peſant* en tables. Il ſera aiſé, avec un peu d'attention, de ramener la ſtructure de ces lames à celle des cryſtaux octaèdres dont j'ai parlé, & dont elles ne ſont, pour ainſi dire, que des ſegmens. On déterminera, avec la même facilité, la loi des décroiſſemens que ſubiſſent les lames compoſantes, dans le cas où les cryſtaux ont ſur leurs rebords des biſeaux qui réſultent de ces mêmes décroiſſemens.

ARTICLE V.

Application aux ſpaths fluors-phoſphoriques.

51. LA plupart des cryſtaux de ce genre ont une diſpoſition encore plus prochaine que

les ſpaths peſans, à répandre une lumière au milieu de l'obſcurité, puiſqu'il ſuffit, pour leur faire produire cet effet, d'en jeter des fragmens ſur des charbons ardens, ſans aucune préparation.

Ce même genre de pierre, très-peu varié quant aux formes qu'il préſente, eſt peut-être celui dont l'aſpect eſt le plus ſuſceptible de ſe diverſifier, par les couleurs vives & multipliées dont la Nature a peint ſes différens cryſtaux, & qui les ont fait aſſimiler au cryſtal de roche violet, & à la plupart des cryſtaux gemmes, ſous les noms de *fauſſe améthiſte*, *fauſſe émeraude*, *faux rubis*, &c.

Les formes des ſpaths fluors ſe réduiſent à celle de l'octaèdre & à celle du cube, qui eſt la forme qu'il affecte le plus ordinairement, avec quelques modifications qui indiquent le paſſage d'une de ces formes à l'autre. Mais nous verrons bientôt que ces mêmes formes, ſi ſimples & ſi régulières, cachent une ſtructure pour ainſi dire équivoque, & qui ne permet que d'aſſigner, par conjecture, la véritable figure des molécules conſtituantes de ces ſpaths.

Forme primitive.

SPATH FLUOR-PHOSPHORIQUE OCTAÈDRE. *Id.* DAUBENT. *Tabl. minér.*

Développement. Huit triangles équilatéraux.

52. Les divers cryſtaux de forme primitive dont nous avons conſidéré juſqu'ici la ſtructure, ne peuvent être diviſés qu'en petits cryſtaux d'une forme unique, & qui a les mêmes angles que le cryſtal entier. Il n'en eſt pas de même de l'octaèdre des ſpaths fluors; de quelque manière qu'on y faſſe des ſections pour détacher les parties qui le compoſent, il eſt impoſſible de ramener ces parties à l'unité de figure, & la diviſion donne toujours au moins des cryſtaux de deux formes, je veux dire des octaèdres & des tétraèdres.

Soit *abnts* (*fig.*41) un octaèdre de ſpath phoſphorique. Suppoſons que l'on faſſe paſſer par les milieux *c*, *o*, *g*, *f*, *d*, &c., des arètes de cet octaèdre, des plans coupans dirigés parallèlement à ſes faces (ce qui eſt la ſeule manière de diviſer le cryſtal par des coupes nettes), les différentes ſections que l'on aura faites, produiront ſix octaèdres partiels, dont chacun ſe confondra par l'une de ſes pyramides avec l'un des angles ſolides de l'octaèdre total, & huit tétraèdres à faces équilatérales, qui ſe réuniront par un de leurs angles ſolides au centre de l'octaèdre total, avec les ſommets des pyramides inférieures des octaèdres

partiels. Les triangles *cog*, *gre*, *ohf*, &c., repréſentent les faces extérieures de ces tétraèdres.

De plus, chaque octaèdre partiel ayant une hauteur ſous-double de celle de l'octaèdre total, ſera $\frac{1}{8}$ de cet octaèdre, & chaque tétraèdre ſera $\frac{1}{4}$ de l'un des octaèdres partiels.

Obſervons maintenant qu'en diviſant un tétraèdre parallèlement à ſes faces par des ſections faites ſur les moitiés des côtés de ces mêmes faces, on a quatre nouveaux tétraèdres, dont chacun eſt $\frac{1}{8}$ du tétraèdre entier, plus un octaèdre qui eſt la moitié du même tétraèdre.

Suppoſons que, par de nouvelles coupes ſemblables à celles qui viennent d'être indiquées, on ſous-diviſe les ſix octaèdres & les huit tétraèdres que l'on avoit eus d'abord, en de nouveaux octaèdres & tétraèdres (auquel cas il eſt facile de voir que chaque tétraèdre ſera le quart d'un des octaèdres produits par la même diviſion), les nombres d'octaèdres & de tétraèdres que l'on obtiendra ſucceſſivement, formeront deux ſuites récurrentes; ſavoir :

pour les octaèdres, 6. 44. 344. 2736. 21856, &c.
& pour les tétraèdres, 8. 80. 672. 5440. 43648, &c.

Exprimons maintenant chacun des termes

de ces deux séries, par une formule générale qui nous sera nécessaire dans la suite. On peut observer que, dans la série supérieure, un terme quelconque du rang n est égal à huit fois le terme précédent, moins au nombre 2, élevé à la puissance n. Cela posé, le premier terme étant 6, on aura pour l'expression des différens termes de la série,

$$6, 6.2^3 - 2^2, 6.2^6 - 2^5 - 2^3, 6.2^9 - 2^8 - 2^6 - 2^4 \ldots$$

& en général, l'expression d'un terme quelconque sera,

$$A = 6.2^{3n-3} - 2^{3n-4} - 2^{3n-6} - 2^{3n-8} \ldots\ldots - 2^n.$$

Or, les termes négatifs étant pris dans un ordre renversé, forment une progression géométrique croissante, dans laquelle le premier terme $a = 2^n$, le dernier terme $u = 2^{3n-4}$, & la raison $q = 4$.

$$\text{Donc } s = \frac{qu - a}{q - 1} = \frac{4.2^{3n-4} - 2^n}{3} = \frac{2^{3n-2} - 2^n}{}$$

$$= \tfrac{1}{12}\, 2^{3n} - \tfrac{1}{3}\, 2^n.$$

Donc, en substituant, l'on aura,

$$A = 6.2^{3n-3} - \tfrac{1}{12}\, 2^{3n} + \tfrac{1}{3}\, 2^n = \tfrac{6}{8}\, 2^{3n} - \tfrac{1}{12} 2^{3n}$$

$$+ \tfrac{1}{3}\, 2^n = \tfrac{2}{3}\, 2^{3n} + \tfrac{1}{3}\, 2^n = \tfrac{2}{3}\, 8^n + \tfrac{1}{3}\, 2^n.$$

A l'égard de la loi que suivent les termes de la série inférieure, on remarquera que chacun de ces termes est égal au double du

terme correſpondant de la ſérie ſupérieure, moins au nombre 2 élevé à la puiſſance $n+1$; d'où il ſuit que l'expreſſion générale d'un terme quelconque de cette ſérie eſt,

$$B = \tfrac{4}{3}\, 8^n + \tfrac{2}{3}\, 2^n - 2^{n+1} = \tfrac{4}{3}\, 8^n + \tfrac{2}{3}\, 2^n - 2 . 2^n = \tfrac{4}{3}\, 8^n - \tfrac{4}{3}\, 2^n = \tfrac{4}{3}\,(8^n - 2^n).$$

On peut encore retirer d'un octaèdre de ſpath fluor, des parties d'une forme différente de celle de l'octaèdre & du tétraèdre : par exemple, des rhomboïdes dont les ſix faces auront leur grand angle de 120°; mais ces rhomboïdes ne ſont eux-mêmes que des aſſemblages d'un octaèdre & de deux tétraèdres, appliqués ſur deux faces oppoſées de cet octaèdre. En général, les parties détachées du cryſtal entier ſe réduiront toujours, en dernière analyſe, à des octaèdres & à des tétraèdres, ſans qu'il ſoit poſſible, même par des ſections ſuppoſées & purement idéales, de concevoir un octaèdre diviſé en tétraèdres ſemblables à ceux dont il s'agit, c'eſt-à dire, dont les faces ſoient des triangles équilatéraux.

53. Si l'on s'en tenoit ici à la ſimple apparence, il faudroit admettre dans le ſpath fluor une ſtructure mixte, & des molécules conſtituantes de deux formes diverſes. Mais une

pareille ſuppoſition eſt également contraire, & à la raiſon d'analogie qui ſe tire de la ſtructure uniforme de tant d'autres cryſtaux, & à la ſimplicité que tout nous porte à reconnoître dans la compoſition des corps naturels. Je penſe donc qu'il en eſt ici de l'une des deux formes dont il s'agit, comme des portions de cryſtaux qui paroiſſent exiſter ſur les bords des lames compoſantes dans les cryſtaux ſecondaires; c'eſt-à-dire, que les tétraèdres ou les octaèdres ſe trouveroient nuls, ſi nous pouvions pouſſer la diviſion du ſpath fluor juſqu'à ſes molécules conſtituantes. Ainſi, d'après cette conjecture, les premiers octaèdres, formés par le groupement des molécules conſtituantes, étoient ſimplement compoſés, par exemple, ſoit de ſix petits octaèdres, ſoit de huit tétraèdres réunis par les bords, & qui, ſe groupant enſuite avec d'autres cryſtaux de la même forme, ont produit des octaèdres d'un certain volume, & dans leſquels les vuides, laiſſés par la non-exiſtence des tétraèdres ou des octaèdres, ſont inſenſibles par rapport à nous.

Comme on n'a jamais obſervé le ſpath fluor ſous la forme du tétraèdre, tandis qu'on retrouve, dans ce genre de cryſtaux, l'octaèdre avec ſes modifications; il ſembleroit peut-être

plus naturel de penſer que les molécules de ce ſpath ſont des octaèdres. Cependant la grande ſimplicité de la figure du tétraèdre pourroit faire pencher auſſi en faveur de cette même figure. Je ne déciderai point ici entre ces deux opinions ; j'eſpère que les recherches que je me propoſe de faire ſur quelques autres cryſtaux, dont la ſtructure conduit à admettre de même des vacuoles dans leur intérieur, contribueront à répandre de nouvelles lumières, & à fixer nos idées ſur le fait particulier dont il s'agit.

La quantité de vuide qui exiſteroit dans un octaèdre de ſpath fluor, ſi la choſe étoit telle que je le ſuppoſe, ne peut faire une difficulté ſérieuſe. Suppoſons, pour un inſtant, le cryſtal ſans vacuoles. Soit a^3 la ſolidité d'un des petits octaèdres compoſans ; $\frac{1}{4} a^3$ repréſentera la ſolidité d'un des tétraèdres correſpondans ; d'où il eſt aiſé de conclure, d'après les formules trouvées plus haut, que la ſolidité de tous les octaèdres ſera à celle des tétraèdres, comme $\frac{2}{3} a^3 8^n + \frac{1}{3} a^3 2^n$ eſt à $\frac{1}{4} a^3 (\frac{4}{3} 8^n - \frac{4}{3} 2^n) = \frac{1}{3} a^3 8^n - \frac{1}{3} a^3 2^n$. Remarquons maintenant qu'à meſure que n augmente, la quantité $a^3 2^n$ devient plus petite, par rapport à la quantité $a^3 8^n$; en ſorte que ſi l'on fait ſucceſſivement $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$, &c., on

aura $a^3 2^n = \frac{1}{4} a^3 8^n$, $a^3 2^n = \frac{1}{16} a^3 8^n$, $a^3 2^n = \frac{1}{64} a^3 8^n$, &c. ; & en général $a^3 2^n = \frac{1}{4^n} a^3 8^n$. D'où il ſuit que ſi l'on repréſente par n le nombre qui répond à la dernière de toutes les diviſions poſſibles, ce nombre étant en quelque ſorte infini, la quantité $a^3 2^n$ pourra être conſidérée comme preſque nulle, par rapport à la quantité $a^3 8^n$. Si donc l'on ſuppoſe que le cryſtal ne ſoit compoſé que d'octaèdres, la quantité de vuide ſera à la quantité de matière à-peu-près dans le rapport de $\frac{1}{3} a^3 8^n$ à $\frac{2}{3} a^3 8^n$; c'eſt-à-dire, qu'elle en ſera preſque la moitié. Si l'on conçoit au contraire que les tétraèdres exiſtent ſeuls, la quantité de vuide ſera un peu plus que le double de la quantité de matière ; ſuppoſitions qui paroiſſent très-admiſſibles, lorſque l'on fait attention à la grande poroſité des corps.

Forme ſecondaire.

Spath fluor-phosphorique cubique. *Id.* Daubent. *Tabl. minér.*

54. J'ai déjà fait voir (5) de quelle manière il falloit diviſer un cube de ſpath phoſphorique pour en retirer le noyau octaèdre. Les lames qui recouvrent ce noyau ſont, comme je l'ai dit, les unes triangulaires, & les autres

exagones ; & ſi l'on fait attention que ces lames ne peuvent être ſous-diviſées que par des ſections parallèles aux faces du noyau, on concevra que, dans ce cas, leurs grandes faces ſe trouveront partagées en un certain nombre de triangles équilatéraux, dont les uns, tels que *k*, *x*, *y* (*Pl. I*, *fig.* 2), repréſenteront des faces de petits octaèdres engagés dans l'épaiſſeur des lames, & les autres, tels que *t*, *z*, repréſenteront des vuides interpoſés entre ces octaèdres, ou *vice versâ;* en ſorte que les rebords *b c*, *d f*, *a e*, ſeront tout hériſſés de petites pointes, que l'on appercevroit ſur la ſurface du cube, ſi nous avions des inſtrumens d'Optique aſſez parfaits.

55. A l'égard des décroiſſemens que ſubiſſent les lames de ſuperpoſition, il eſt aiſé de concevoir qu'ils n'ont lieu que par rapport aux côtés *b c*, *d f*, *a e* (*fig.* 2), qui correſpondent aux angles ſolides du noyau. Soit *a b d c* (*fig.* 42) une coupe géométrique du noyau, priſe ſur les hauteurs *a b*, *b d*, *d c*, *c a*, de quatre des faces de l'octaèdre. Cherchons la loi des décroiſſemens qui ſe font dans la partie qui répond à l'angle *a*. D'après le principe expoſé ci-deſſus (27), il faudra eſtimer ces décroiſſemens par rapport à un plan qui ſeroit de niveau avec la face triangulaire,

dont *ab* eſt la hauteur, ou, ce qui revient au même, par rapport à la ligne *an*, prolongement de *ab*. Soit menée *ah*, parallèle à *bc*, il eſt clair que les rebords des lames de ſuperpoſition ſeront contigus à cette ligne *ah*. Soit *ago* le triangle menſurateur, dans le cas préſent. On aura *og* égal à la hauteur d'une des faces d'une molécule élémentaire octaèdre. Mais de plus *og* eſt parallèle à *ab*; donc le triangle *ago* eſt ſemblable au triangle *abc*. D'où il réſulte que *ao* eſt auſſi la hauteur d'une des faces d'une molécule conſtituante. Si l'on termine le rhombe *aoge*, il eſt aiſé de voir que ce rhombe repréſentera une coupe ſemblable à *abdc*; d'où il faut conclure que les décroiſſemens ſe font par des ſouſtractions d'une rangée de petits octaèdres (*a*).

56. Quant au ſpath phoſphorique octaèdre cunéiforme, c'eſt-à-dire, dont les deux ſommets ſont en arète, au lieu d'être en pointe, on voit évidemment que ce cryſtal n'eſt autre choſe que le noyau du cube, alongé par une application de nouvelles lames triangulaires,

(*a*) Si l'on ſuppoſoit que les molécules conſtituantes fuſſent des tétraèdres au lieu d'octaèdres, on trouveroit de même que les décroiſſemens ſe font par des ſouſtractions d'une rangée de ces tétraèdres.

faite

faite de deux côtés opposés de l'octaèdre simple. Il sera également facile de concevoir la structure de toutes les formes de crystaux intermédiaires entre celle de l'octaèdre & celle du cube; par exemple, de celle qui a quatorze faces, savoir, six quarrés & huit triangles équilatéraux qui remplacent les angles solides du cube. Tous ces passages se présentent d'eux-mêmes, lorsqu'on divise un cube de spath-fluor pour en extraire le noyau octaèdre.

57. La crystallisation du sel marin offre les principales variétés que l'on observe dans les crystaux de spath fluor-phosphorique. Mais l'identité de ces formes se trouve jointe à une structure bien différente de part & d'autre, puisque le spath-fluor n'est composé que d'octaèdres ou de tétraèdres, au lieu que le sel marin est un assemblage de petits cubes; en sorte que la forme primitive de l'un de ces genres de crystaux n'est, par rapport à l'autre, qu'une forme secondaire, *& vice versâ*. Chacun pourra faire aisément la comparaison de l'un avec l'autre, en rapprochant l'article précédent, de ce qui a été dit vers le commencement de cet Ouvrage (9) sur la structure du sel marin octaèdre.

ARTICLE VI.

Application aux cryſtaux de gypſe.

58. La ſtructure des cryſtaux de gypſe eſt en général peu compliquée, & ſe laiſſe entrevoir dans la plupart de leurs variétés par des indices plus ou moins ſenſibles. Il eſt rare qu'on n'y découvre pas des fractures propres à faire naître dans l'eſprit d'un Obſervateur, des idées ſur la figure & ſur la diſpoſition reſpective des parties conſtituantes de ces cryſtaux. Auſſi, dès l'année 1710, c'eſt-à-dire, dans un temps où l'étude de la Cryſtallographie étoit à peine naiſſante, M. de la Hire a-t-il donné à l'Académie un Mémoire ſur la ſtructure du gypſe en fer de lance de Montmartre; & ſi les explications de ce ſavant Académicien ſont plus ingénieuſes que fondées, comme j'eſpère le prouver dans la ſuite de cet article, c'eſt que n'ayant ſous les yeux que des fragmens de ce même gypſe, & ne conſidérant qu'une partie iſolée d'un enſemble, où tout eſt lié par des rapports intimes & néceſſaires, il n'a pu parvenir aux inductions qui ſe tirent de la comparaiſon d'une forme

avec une autre, & qui ſervent de guides pour ramener à une ſeule figure primitive toutes les différentes variétés d'une même ſorte de cryſtal.

L'examen des cryſtaux dont il s'agit ne m'ayant point offert juſqu'ici d'indications aſſez sûres pour que je puſſe déterminer avec une certaine préciſion la valeur de leurs angles, j'ai meſuré les principaux de ces angles avec tout le ſoin poſſible, & j'ai déduit enſuite de ces meſures, à l'aide du calcul, celles des autres angles qui en dépendent, en pouſſant l'approximation ſeulement juſqu'aux minutes de degré.

Forme primitive.

GYPSE EN LAMES RHOMBOÏDALES. Gypſe en cryſtaux rhomboïdaux. DAUBENT. *Tabl. minér.*

Développement. Deux parallélogrammes obliquangles A B C D (*Pl. V*, *fig.* 43), & ſix rectangles. Angles du parallélogramme B A D = B C D = 113°. A D C = A B C = 67°.

59. Les lames dont il s'agit ſe ſous-diviſent, comme tous les autres cryſtaux de forme primitive, par des ſections parallèles à leurs différentes faces; mais les coupes qui ſe font

parallèlement aux grandes faces obliquangles, sont bien plus nettes que les sections latérales que l'on peut faire dans les autres sens.

Quant aux molécules constituantes dont ces lames ne sont que des assemblages, on verra plus bas quels sont les moyens que j'ai employés pour découvrir la vraie forme de ces molécules, qui est celle d'un parallélipipède, ou d'un prisme droit quadrangulaire, dont les bases sont des parallélogrammes obliquangles, ayant aussi leurs angles de 113° & de 67°, & leurs côtés dans le rapport de 12 à 13, & dont les faces latérales sont des rectangles, dans lesquels le côté qui mesure la hauteur du prisme est comme 32.

Forme secondaire.

GYPSE A DIX FACES. (*fig.* 47). *Id.* DAUBENT. *Tabl. minér.*

Développement. Deux parallélogrammes obliquangles *s o d p* (*fig.* 44). Quatre grands trapèzes *p d g m* (*fig.* 45). Quatre petits trapèzes *d o n g* (*fig.* 46).

Angles du parallélogramme *p s o* = *o d p* = 127°. *s p d* = *s o d* = 53°.

Angles du grand trapèze *p m g* = 43° 27′. *d g m* = 59° 28′. *d p m* = 136° 33′. *p d g* = 120° 32′.

Angles du petit trapèze *dgn* = 84° 48′. *odg* = 95° 12′. *don* = 127° 22′. *ong* = 52° 38′.

60. Le cryſtal décaèdre, qui eſt l'objet de cet article, & dont tous les autres cryſtaux de gypſe ne ſont que des variétés, ſe trouve communément dans les carrières de Montmartre & des environs. Les parallélogrammes obliquangles, dont l'un eſt repréſenté (*fig.* 44), forment deux faces oppoſées de ce cryſtal. Les quatre grands trapèzes ſont réunis deux à deux, comme les repréſentent *pmgd*, *mgar* (*fig.* 47); en ſorte que leur inclinaiſon ſur l'arète *mg*, & ſur celle qui lui eſt oppoſée, forme en cet endroit un angle très-obtus. Les quatre petits trapèzes ſont pareillement réunis deux à deux aux extrémités du cryſtal, où ils forment par leur inclinaiſon ſur l'arète *gn*, & ſur celle qui ſe trouve dans la partie oppoſée, des angles moins obtus que les précédens.

Le décaèdre dont il s'agit ſe diviſe d'abord parallèlement à ſes deux faces rhomboïdales. Si l'on ſuppoſe la diviſion faite ſucceſſivement des deux côtés oppoſés, on détachera des lames qui toutes auront les mêmes angles, & qui iront en croiſſant graduellement juſqu'à

celle du milieu, qui eſt la plus grande de toutes.

Quant aux parties compoſantes de ces lames, elles ont entr'elles une adhérence qui ne permet pas de les ſéparer avec la même facilité. Le moyen le plus avantageux pour appercevoir les petits parallélogrammes obliquangles dont ces mêmes lames ſont l'aſſemblage, eſt de frapper deſſus à pluſieurs repriſes avec quelque corps dur : alors les lignes de ſéparation ſe manifeſteront; & en faiſant un léger effort comme pour rompre la lame, on vaincra aiſément l'adhérence de ſes parties compoſantes. On peut encore placer cette lame ſur une pelle chaude, juſqu'à ce que la matière gypſeuſe ſoit devenue toute blanche par l'action du feu; lorſqu'on l'aura retirée, on appercevra diſtinctement pluſieurs fragmens ou petites lames ayant la forme primitive, qui ſe ſeront détachées d'elles-mêmes par l'exfoliation; & l'on pourra s'en procurer un plus grand nombre, en frappant avec précaution ſur cette même lame calcinée.

Le grand angle de chaque lame étant, comme je l'ai dit, de 127°, & le petit angle de 53°, ſi l'on ſous-diviſe une de ces lames, on la voit ſe partager en parallélogrammes

obliquangles, tels que *b r p g* (*fig.* 48), disposés de manière qu'ils ont leurs grands côtés *b r*, *g p*, alignés dans le même sens que les petits côtés *a e*, *l i* de la grande lame dont ils sont partie, & leurs petits côtés *b g*, *r p*, opposés aux angles aigus de la même lame. En imaginant la division poussée jusqu'au point où ces parallélogrammes seroient les faces des molécules constituantes, on concevra que tous les espaces triangulaires, disposés le long des côtés *a l*, *e i*, se trouvent vuides par la soustraction d'un nombre égal de molécules.

Le noyau du gypse dont nous considérons ici la structure, est indiqué par le parallélogramme *h t s f*, qui représente une de ses bases.

Chacun des espaces triangulaires *a g b*, *b r c*, est évidemment égal à la moitié de chacun des parallélogrammes de forme primitive; en sorte que la base *a b* ou *b c* du triangle est elle-même égale à la petite diagonale *r x* d'un de ces parallélogrammes. L'angle *b a g*, mesuré avec soin, est, à très-peu de chose près, de 53°, & l'angle *a b g* est de 60°. Il suit de ces valeurs que les deux côtés *b g*, *a g*, opposés l'un à l'angle de 53° & l'autre à l'angle de 60°, sont entr'eux comme les sinus de ces mêmes angles, c'est-à-dire, comme les

nombres 7986, & 8660. Or, ces nombres eux-mêmes sont dans le rapport de 12 à 13 + $\frac{51}{3993}$; laquelle fraction peut être négligée ici, puisqu'elle ne vaut pas $\frac{1}{78}$. Mais les côtés *bg*, *ag* du triangle *abg* étant proportionnels aux côtés *th*, *ts* de la base *thf* du noyau, il s'ensuit que ces derniers sont aussi entr'eux à-peu-près comme les nombres 12 & 13; & par conséquent les bases du prisme qui représente les molécules constituantes du gypse, sont des rhombes un peu alongés, ainsi que je l'ai dit plus haut (59).

61. Cherchons maintenant la loi des décroissemens que subissent les lames de superposition. Si l'on mesure l'angle que forment par leur inclinaison les grandes faces en trapèze du crystal sur l'arète *mg* (*fig.* 47), ou sur celle qui lui est opposée, on trouve cet angle de 144°. Soit *rog* (*fig.* 49), le triangle mensurateur; l'angle *rgo*, égal à la moitié du précédent, sera par conséquent de 72°. De plus, *ro* sera la hauteur d'un des petits prismes qui forment les molécules constituantes; & quant à *og*, ce qui se présente de plus naturel, est de supposer qu'il est égal à la hauteur *og* (*fig.* 48) d'un des espaces triangulaires *abg*; auquel cas les décroissemens dont il s'agit ici, savoir ceux qui ont lieu

ſur les bords *al*, *ei*, ſe feront par des souſtractions d'une rangée de molécules conſtituantes. En effet, il ſuit de cette ſuppoſition, comme nous le verrons bientôt, que les décroiſſemens ſe font ſur les bords *ae*, *li*, par des ſouſtractions d'une double rangée de molécules : ce qui eſt analogue aux loix déjà obſervées dans d'autres cryſtaux.

Quoique les coupes latérales, qui ſe font dans le cryſtal, ne ſoient point aſſez nettes (60) pour que l'on puiſſe diſtinguer ſi les rebords de ces ames ſont inclinés ou non ſur leurs grandes faces, je ſuppoſe ici que les molécules conſtituantes ſont des priſmes droits ; car tout eſt parfaitement ſemblable des deux côtés oppoſés du cryſtal, ce qui indique de part & d'autre des décroiſſemens égaux. Or, cette égalité ne pourroit avoir lieu, ſi les petits priſmes dont il s'agit étoient obliques, parce que leurs rebords faiſant d'une part un angle aigu, & de l'autre un angle obtus avec les faces des lames ſur leſquelles ces priſmes repoſeroient par leurs baſes inférieures, les faces du cryſtal, compoſées de la ſomme de ces mêmes rebords, ne pourroient former de chaque côté des angles égaux, ſoit entr'elles, ſoit avec les autres parties du cryſtal.

Pour réſoudre le triangle *org* (*fig.* 49),

il faut d'abord connoître *og*. Considérons cette même ligne dans le triangle *aog* (*fig.* 48). Nous avons l'angle *a* de 53°, l'angle *o* de 90°, & le côté *ag*=8660 (60). Résolvant ce triangle, on trouvera le nombre 38398665 pour le logarithme de *og*.

Il est facile maintenant de résoudre le triangle *org* (*fig.* 49), à l'aide de ce logarithme, & des angles *g*= 72° & *r* = 18°. On trouvera pour le logarithme de *or* le nombre 43280904, qui répond à 21290. Ce dernier nombre exprime la hauteur *or* d'un des prismes qui donnent les molécules constituantes. Comparant cette hauteur avec le côté *bg* (*fig.* 48), dont l'expression est 7986 (60), on trouvera que le rapport de l'un à l'autre est celui de 12 à 32 à moins d'un $\frac{1}{100}$ près, comme je l'ai déjà indiqué (59).

Passons à la loi des décroissemens que subissent les lames composantes du côté des petites faces du crystal. L'angle que forment entr'elles ces faces, en s'inclinant l'une sur l'autre, est, à vue d'œil, beaucoup moins obtus que celui des grandes faces; ce qui indique que les décroissemens se font, dans le cas présent, par des soustractions d'une double rangée de molécules.

Soit *cpd* (*fig.* 50), le triangle mensurateur

pour le cas dont il s'agit ; il faut d'abord chercher la valeur de *c d*. Or, d'après la loi de décroiſſement ſuppoſée, il eſt facile de voir que *c d* eſt double de *b n* (*fig.* 48), menée perpendiculairement de l'angle *b* ſur le côté *a g*.

Dans le triangle *b n g*, nous avons l'angle $g = 67°$, l'angle $n = 90°$, & $b g = 7686$ (60). Réſolvant ce triangle, il viendra 38663554 pour le logarithme de *b n*. Ajoutant à ce logarithme celui de 2, nous aurons 41673854 pour le logarithme de *c d*.

Maintenant, dans le triangle *c p d* (*fig.* 50), on connoît $cp = or$ (*fig.* 49), dont le logarithme eſt 43280904, comme nous l'avons trouvé ci-deſſus. A l'aide de ce logarithme, & de celui de *c d*, & de plus, faiſant attention que l'angle *c* eſt droit, on trouvera pour le logarithme de la tangente de *c d p* le nombre 10160705 0, qui répond à l'angle de 55° 22′ ; d'où l'on conclura que l'angle des faces cherché eſt de 110° 44′. Or, l'obſervation donnant le même angle, il en réſulte que la loi de décroiſſement que nous avons ſuppoſée eſt celle à laquelle eſt aſſujettie la formation du cryſtal.

62. La valeur des angles plans du même cryſtal ſe déduit facilement des calculs pré-

cédens. Commençons par celle des angles du trapèze *p m g d* (*fig.* 47). Ayant mené *p u* perpendiculaire ſur *m g*, *p k* perpendiculaire par rapport à l'une quelconque des grandes faces des lames de ſuperpoſition, & *u k* auſſi perpendiculaire ſur *p k*, nous aurons le triangle *p u k* ſemblable au triangle *r g o* (*fig.* 49). Cherchant dans ce dernier triangle le côté *g n*, d'après les données qui ſont indiquées plus haut (61), on trouvera pour ſon logarithme le nombre 4349884 1, qui par conſéquent peut auſſi repréſenter le logarithme de *p u* (*fig.* 47).

Maintenant, ſi l'on fait attention que tandis qu'il n'y a qu'une rangée de molécules ſouſtraite ſur le bord *a l* (*fig.* 48) d'une des lames compoſantes, il ſe fait une double ſouſtraction ſur le bord *a e*, on concevra que *g o* ou ſon égal *x z*, meſurant les décroiſſemens qui ſe font ſur le bord *a l*, la ligne *a z* exprimera la quantité dont ce même bord ſeroit diminué pour la ſouſtraction des deux rangées de molécules renfermées entre les lignes *a e*, *c f*. Donc la valeur de *a z* pourra repréſenter celle de *m u* (*fig.* 47). Or, $az = ab + bc + cz = 2ab + ao$. Pour trouver *a b*, on conſidérera le triangle *a b n*, dans lequel on connoît l'angle *a* de 53°, l'angle *n*

de 90°, & le côté *b n*, dont le logarithme eſt 38663554, comme nous l'avons trouvé (61). Cela poſé, il viendra pour le logarithme de *a b* le nombre 39640068, qui répond à 9204, valeur de *a b*. Donc *ac* = 18408. Maintenant, dans le triangle *a g o*, on connoît l'angle *a* de 53°, l'angle *o* qui eſt droit, & le logarithme de *g o* = 38398665, ainſi que nous l'avons vu (61). Ce triangle réſolu donne pour le logarithme de *a o* le nombre 37169809, qui répond à 5211, valeur de *a o*. Donc *a z* = 18408 + 5211 = 23619. Cette valeur ſera auſſi celle de *m u* (*fig.* 47), & l'on trouvera pour ſon logarithme le nombre 43732616.

Réſolvant le triangle rectangle *p m u*, d'après les données précédentes, on aura pour le logarithme de la tangente de *p m u* le nombre 99766225, qui répond à 43° 27′, valeur de *p m u*; d'où l'on conclura que l'angle *m p d* = 136° 33′.

Cherchons auſſi les angles *d*, *g*, du même quadrilatère. Ayant abaiſſé *d b* perpendiculaire ſur *m g*, on aura *log. d b* = *log. p u* = 43498841. De plus, il eſt facile de voir, avec un peu d'attention, que *a z* (*fig.* 48), repréſentant la quantité dont le bord *a l* eſt diminué par la ſouſtraction des deux rangées

de molécules comprises entre *a e*, *c f*, la ligne *l h*, ou son égale *t z*, exprimera la quantité dont le même bord est diminué par la soustraction correspondante des deux rangées de molécules renfermées entre *l i*, *t y*. Donc la valeur de *t z* peut représenter celle de *b g* (*fig.* 47). Or, $tz = ct - cz = ac - ao =$ $18408 - 5211 = 13197$, quantité dont le logarithme est 41204752, qui par conséquent sera aussi celui de *b g* (*fig.* 47). Le triangle rectangle *d b g* étant résolu d'après ces données, il viendra pour la tangente de l'angle *d g b* le nombre 102294089, qui répond à $59° 28'$, valeur de *d g b*; d'où il suit que l'angle *g d p* est de $120° 32'$.

Il ne reste plus qu'à trouver les angles des trapèzes *d o n g*. Soient abaissées *d e*, *o y*, perpendiculaires sur *g n*, il est facile de voir que la valeur de chacune de ces lignes sera représentée par celle de *p d* (*fig.* 50). Or, en achevant de résoudre le triangle *p c d*, dont nous nous sommes déjà occupés ci-dessus, on trouvera pour le logarithme de *p d* le nombre 44127905, qui sera aussi le logarithme de *d e*, ou *o y* (*fig.* 47).

On cherchera aussi *d g*, & $on = pm$ (*fig.* 47), à l'aide des triangles *d b g*, *p m u*, & l'on aura $log. dg = 44145777$, & $log. on =$

log. pm = 45124716. Résolvant, d'après ces données, les triangles rectangles *d g e*, *o y n*, on trouvera pour le logarithme du ſinus de l'angle *g* le nombre 99982128, qui répond à 84° 48′; & pour le logarithme du ſinus de l'angle *n* le nombre 99003189, qui répond à 52° 38′. D'où il ſuit que l'angle *d* = 95° 12′, & l'angle *o* = 127° 22′ (*a*).

63. Le parallélogramme *a e i l* (*fig.* 48), qui repréſente les grandes faces des lames du gypſe décaèdre dont je viens d'expliquer la ſtructure, eſt ſujet à des variations de figure, produites le plus ſouvent par le défaut des angles *a* & *i*. Il arrive alors que les lames compoſantes prennent des figures arrondies, telles que *n e h t l m* (*fig.* 51). Dans ce cas, la forme des cryſtaux ſubit elle-même des changemens plus ou moins conſidérables.

Ces arrondiſſemens, que l'on doit regarder comme des eſpèces de décroiſſemens, ſe font ſans doute par des ſouſtractions de molécules

(*a*) Les valeurs de ces logarithmes varient un peu, ſuivant les différentes analogies d'après leſquelles on peut les déterminer; mais ces variations ne tombant que ſur les dernières décimales, n'influent pas ſenſiblement ſur les réſultats.

conſtituantes ; & ſi ces ſouſtractions étoient variables dans la proportion néceſſaire pour que les ordonnées de la courbe fuſſent dans un rapport conſtant avec les abſciſſes, on pourroit déterminer la nature de cette courbe : mais comme les arrondiſſemens dont il s'agit prennent une multitude de courbures différentes par rapport aux divers cryſtaux d'une même ſorte, il paroît impoſſible de rien établir de fixe à cet égard, & il faut les regarder comme l'effet d'une cryſtalliſation confuſe & précipitée, dont on peut tout au plus aſſigner le rapport en général avec les formes nettes & bien prononcées, dont elle n'offre, pour ainſi dire, que des traits ébauchés & imparfaits.

S'il ne ſe fait qu'un léger arrondiſſement vers les angles *a*, *b* (*fig.* 51), en ſorte que le parallélogramme obliquangle *a d b c* prenne une figure ſemblable à *f c p d* ; dans ce cas, il ſe formera vers chacun des deux ſommets du cryſtal une face curviligne adoſſée aux deux faces planes en trapèzes : ce qui donnera à ces ſommets l'aſpect de deux pyramides à trois faces, dont celle qui eſt courbe forme quelquefois un arc bien arrondi, & d'autres fois à peine ſenſible, ſelon que les lames de

ſuperpoſition

ſuperpoſition ſont elles-mêmes plus ou moins arrondies par leurs petits angles. On trouve à Montmartre des cryſtaux de cette variété.

Les lames dont il s'agit, en prenant des figures plus arrondies, telles que *e h t l m n* (*fig.* 51), produiront des formes encore plus éloignées de celle du cryſtal décaèdre, & qui peuvent ſe modifier de diverſes manières, mais dans leſquelles il ſera facile, avec un peu d'attention, de reconnoître les traces de la forme primitive.

Enfin, ſi toutes les lames ont conſtamment une figure ſemblable à *g s r x* (*fig.* 51), laquelle eſt compoſée de deux ſegmens de courbe réunis par leurs cordes, & ſi ces lames vont en décroiſſant de part & d'autre de celle du milieu, il réſultera de leur aſſemblage un cryſtal de forme lenticulaire à-peu-près tel que ceux qu'offre le ſpath calcaire à ſommets très-obtus, dont les angles & les bords ſont émouſſés, mais qui aura une ſtructure très-différente de celle des cryſtaux ſpathiques dont il s'agit.

Toutes les variétés de cryſtaux que je viens de décrire ſont ſujettes à ſe grouper; & dans ce cas, les cryſtaux ſe regardent ordinairement par les faces qui ſont compoſées de la ſomme des grands bords de leurs lames. On

fait que ceux qu'on appelle cunéiformes ne sont autre chose que des portions de deux cryſtaux lenticulaires, accolées enſemble par une de leurs faces, qui ſe trouve plane à l'endroit de la jonction. Il arrive aſſez ſouvent que les coupes de ces fragmens cunéiformes repréſentent à-peu-près deux triangles ſcalènes. La ſeule inſpection de la *figure* 52 ſuffit pour faire connoître le rapport des triangles *b a d*, *c a d* dont il s'agit, aux parallélogrammes *b g d l*, *c g d m*, dont ces triangles ſont des ſegmens. Les bords *b d*, *c d* de ces ſegmens ont toujours un poli terne, & ſont même quelquefois tout hériſſés de petites aſpérités, qui indiquent les ſouſtractions de tous les petits priſmes rhomboïdaux, qui auroient terminé les parallélogrammes, dans le cas d'une cryſtalliſation plus parfaite.

64. M. de la Hire (*a*) conſidéroit chacun de ces triangles comme un aſſemblage d'élémens, qui étoient eux-mêmes des triangles ſcalènes, tels que *a b r* (*fig.* 53), dont les angles étoient de 70, 60 & 50 degrés. Selon ce Savant, ces triangles étoient diſpoſés comme dans la *figure* citée; c'eſt-à-dire, que ceux qui étoient placés à droite, tels que

(*a*) Mémoires de l'Académie des Sciences, ann. 1710.

b a r, n'avoient point leur angle de 60° ſitué au point *b*, ni diagonalement oppoſé à l'angle de même valeur dans le triangle à gauche *a e r*, comme on l'obſerve par rapport à l'angle *s* du triangle *a p s*: mais l'angle au point *b* étoit le plus petit des trois angles du triangle *a b r*, c'eſt-à-dire, de 50° ; en ſorte que la ligne *b r* convergeoit avec la ligne *a e*, au lieu de lui être parallèle comme *s p*, & que ces deux lignes formoient à leur réunion en *c* un angle de 10 degrés. Tous les angles dont il s'agit ont en effet, à quelque choſe près, les meſures indiquées par M. de la Hire. Cette idée du renverſement des triangles élémentaires, qui ont leur baſe ſur la ligne *b c*, eſt, comme je l'ai obſervé, très-ingénieuſe, & paroît d'abord fournir l'explication la plus vraiſemblable de la ſtructure des fragmens de gypſe dont il s'agit. Mais lorſque l'on rapporte ces fragmens aux cryſtaux lenticulaires dont ils ont dû faire partie, & que l'on a ſous les yeux tous les paſſages & toutes les dégradations de forme qui conduiſent d'une variété à l'autre, on reconnoît que l'hypothèſe de M. de la Hire, quoique ſéduiſante, n'eſt point conforme à l'ouvrage de la Nature. C'eſt ſur quoi il eſt néceſſaire d'entrer dans un plus grand détail.

Soit *bdca* (*fig.* 52), un fragment de gypſe cunéiforme. J'ai déjà obſervé que ce fragment faiſoit originairement partie de deux cryſtaux lenticulaires, accolés par une de leurs ſurfaces. Auſſi les côtés *b d*, *c d*, ſont-ils réellement curvilignes, quoiqu'aſſez ſouvent leur courbure ne ſoit pas fort ſenſible (*a*). M. de la Hire lui-même avoit remarqué cette courbure. Si l'on frappe ſur une lame détachée du fragment par une ſection parallèle à l'une de ſes grandes faces, les fractures ſe manifeſteront par des lignes anguleuſes *p ar*, *p s r*, &c. L'angle *p ar* eſt de 106°, & l'angle *p s r* de 120°. Diviſant par 2 chacun de ces angles, pour avoir ceux du triangle *a s p* ou *a s r*, on trouve que l'angle *p s a* ou *r s a* eſt de 60°, & l'angle *p a s* ou *s a r* de 53° : d'où il ſuit que *ap s* ou *ar s* eſt de 70°; ce qui s'accorde avec les meſures priſes ſur le gypſe décaèdre (60). Ces valeurs diffèrent ſenſiblement de celles qui ſont indiquées par M. de la Hire. Mais en employant les moyens les plus exacts que j'aie pu imaginer, & en réitérant les opérations ſur un grand

---

(1) On obſerve même communément une légère courbure dans les côtés *ab*, *ac*.

nombre de fragmens, j'ai toujours trouvé les mêmes résultats, à quelques légères différences près.

On voit, par cet exposé, que les triangles *bad*, *cad*, doivent être regardés comme des segmens de deux parallélogrammes *bgdl*, *gcmd*, accolés comme le représente la figure. Le côté *gd*, par lequel les triangles sont contigus l'un à l'autre, est toujours une ligne droite. Les deux autres côtés prennent des courbures plus ou moins sensibles ; & l'on doit concevoir que ces côtés ne sont que la somme des angles extérieurs d'une multitude de molécules constituantes, entre lesquelles il reste de petits vuides triangulaires, occasionnés par la suppression d'un certain nombre de molécules. Ce fait est analogue à celui qui a lieu pour le décroissement des lames de superposition, excepté que, dans ce dernier cas, l'opération de la Nature est plus régulière & plus également graduée.

Ce n'est donc que par accident que les triangles *cfh*, *utx*, &c., qui se trouvent sur le côté curviligne *cd*, ont à-peu-près des angles égaux à ceux des triangles *aen*, *nos*, &c., & ne paroissent autre chose que des élémens semblables à ces mêmes triangles, mais disposés dans une situation renversée.

Au fond, les deux angles extérieurs des triangles *c f h*, *r o u*, &c., ſont ſujets à une multitude de variations, à cauſe de la courbure de la ligne *c d*. Ces variations n'ont point échappé à M. de la Hire; mais il les regardoit comme de ſimples jeux de la Nature. En un mot, ſa théorie péchoit, en ce qu'il penſoit que chacun des triangles extérieurs, tels que *c f h*, étoit originairement égal à la moitié d'un parallélogramme *e n o r* de figure primitive; au lieu que ce triangle n'eſt autre choſe qu'un ſegment irrégulier d'un parallélogramme, qui eſt demeuré incomplet par le défaut d'une partie des molécules qui devoient concourir à ſa formation.

65. On trouve à Saint-Germain-en-Laye, & ailleurs, des cryſtaux de gypſe décaèdre ſemblables à celui qui a été décrit plus haut (60), excepté que l'ordre des trapèzes eſt renverſé; c'eſt-à-dire, que ceux qui étoient les plus grands dans la première variété, ſont les plus petits dans celle dont il s'agit ici, & *vice versâ*.

Il y a des cryſtaux de cette même variété qui n'ont que huit faces, & qui peuvent être conſidérés comme des priſmes applatis & obliques, dont les pans, au nombre de ſix,

ſont des parallélogrammes obliquangles, & dont les baſes ſont des exagones alongés. Pour concevoir la ſtructure de ce cryſtal, il faut ſuppoſer que toutes les grandes lames rhomboïdales dont il eſt formé ont une longueur conſtante, & décroiſſent ſeulement en largeur.

Le gypſe à huit faces ſert de paſſage à d'autres variétés. Il arrive quelquefois, par exemple, que le triangle *a c e* (*fig.* 54) manque dans les parallélogrammes *a b g h*, qui repréſentent les grandes faces des lames compoſantes, & qu'en même temps le cryſtal ſe trouve engagé dans ſa matrice par ſon extrémité inférieure. Alors il ſe forme au ſommet une facette ſurnuméraire, compoſée de la ſomme de tous les bords ſemblables à *c e*, & les deux grandes faces du priſme deviennent des pentagones, tels que *c e n p b*.

66. Concevons de nouveau un cryſtal de gypſe à huit faces, & ſuppoſons que, ſur les deux lames extrêmes de ſuperpoſition ſemblables au parallélogramme *a b g h* (*fig.* 54), c'eſt-à-dire, ſur celles qui forment les deux grandes faces oppoſées du priſme, il ſe ſoit appliqué de nouvelles lames, toujours conſtantes dans leur hauteur *c m*, & qui décroiſ-

ſent ſeulement en largeur, juſqu'à ce qu'elles ſoient réduites à une ſimple arète. Dans ce cas, les exagones, qui terminent le priſme, ſe changeront en rhombes *a d b g* (*fig.* 55), les deux grandes faces du même priſme diſparoîtront, & les quatre autres, telles que *d b f e*, *b g h f*, &c., qui ſe ſeront accrues en largeur, formeront les pans d'un priſme tétragone & oblique. J'ai obſervé cette variété parmi de petits cryſtaux qui occupoient la cavité d'une géode gypſeuſe.

Quelques-uns des cryſtaux dont il s'agit ſe rapprochoient de la forme arrondie des cryſtaux lenticulaires, & ſubiſſoient encore d'autres modifications de forme que je ne m'arrêterai point à détailler. En général, il n'y a peut-être point de minéral dont les cryſtaux ſoient plus ſujets à ſe déformer que le gypſe; ce qui ſuppoſe une multiplicité d'accidens & d'actions perturbatrices dans la cryſtalliſation de cette eſpèce de ſubſtance anomale.

ARTICLE VII.

Application aux Cryſtaux de Grenats.

67. LES cryſtaux de ce genre ſe refuſent, pour l'ordinaire (*a*), par leur dureté, aux différentes ſections que l'on tenteroit d'y faire pour en détacher des lames qui euſſent le poli naturel. Mais en appliquant ici la théorie que

(*a*) Je dis *pour l'ordinaire*; car j'ai obtenu, dans des grenats dodécaèdres, des ſections nettes, & d'un aſſez beau poli, faites parallèlement à leurs faces rhomboïdales; ce qui vient à l'appui de la théorie qui ſera expoſée dans cet article. Ces ſections prouvent encore évidemment que les grenats dont il s'agit ne peuvent avoir la même ſtructure, ni les mêmes molécules compoſantes, que les cryſtaux dodécaèdres dont j'ai parlé N°. 8, & qui reſſemblent à des grenats, excepté qu'ils ſont aſſez ſouvent d'une couleur verdâtre, & que les ſtries qui ſillonnent leurs faces, indiquent, ainſi que je l'ai expliqué au même endroit, qu'ils ſont compoſés de molécules cubiques. Or, des cryſtaux dont les molécules ſont eſſentiellement différentes de celles des grenats reconnus pour tels, ne peuvent être du même genre; & il faut néceſſairement que ceux dont je viens de parler ſoient, comme je l'ai dit, d'une nature particulière. (*Voyez pag. 59, Note 1*).

j'ai déduite des obſervations faites ſur les cryſtaux qui ſe laiſſent facilement entamer, & en profitant des indices extérieurs de cryſtalliſation, qui annoncent la poſition des lames, je crois être parvenu à expliquer la ſtructure des grenats de la manière la plus vraiſemblable.

Forme primitive.

GRENAT DODÉCAÈDRE (*Pl. VI, fig.* 56). Grenat à douze faces. DAUBENT. *Tableau minér.*

Développement. Douze rhombes égaux & ſemblables entr'eux. L'angle obtus *a c d* ou *a b d* de ces rhombes (*fig.* 57), eſt de 109° 28′ 16″; & l'angle aigu *b a c* ou *b d c* = 70° 31′ 44″.

68. Le grenat dont il s'agit peut être conſidéré comme un aſſemblage de quatre rhomboïdes, ayant leurs angles plans égaux à ceux du rhombe *a b d c*, & diſpoſés de manière qu'ils ont un de leurs ſommets obtus au centre du dodécaèdre, & l'autre ſommet à découvert (*a*). Les trois rhombes qui ſe

(*a*) Cette manière de concevoir la ſtructure des grenats, que j'ai vue depuis expoſée ailleurs, ſe trouve dans un Mémoire que j'ai préſenté à l'Académie, ſur ce genre de cryſtaux, vers la fin de l'année 1780.

réunissent pour former un de ces derniers sommets, sont représentés par *abdc*, *caon*, *cden* (*fig.* 56). Chacun de ces mêmes rhomboïdes doit être censé divisible en un nombre cubique de petits rhomboïdes égaux entr'eux, & semblables à celui dont ils sont partie; d'où il suit que le grenat dodécaèdre est aussi l'assemblage d'une multitude de ces petits crystaux. Mais il est très-vraisemblable que si l'on pouvoit faire dans le grenat des coupes nettes, & qui eussent le poli de la Nature, les petits rhomboïdes dont il s'agit se sous-diviseroient encore en d'autres solides plus petits, & d'une forme différente, qui seroient des tétraèdres tous égaux & semblables entre eux. Voici les raisons sur lesquelles cette vue est fondée.

J'ai d'abord observé, en général, par rapport à tous les crystaux qui se laissent entamer, que leur noyau étoit toujours divisible parallèlement à ses différentes faces; & l'analogie nous porte à croire qu'il en seroit de même du noyau dodécaèdre des grenats, s'il se prêtoit à une division mécanique (*a*).

(*a*) Cette division a quelquefois lieu, jusqu'à un certain point, comme je l'ai dit dans la *Note du N°.* 67.

De plus, on trouve de ces grenats qui sont incomplets, de la même manière que si l'on en eût détaché une lame par une section parallèle à l'une de leurs faces. La coupe de ces grenats présente alors une face exagone, qui a quatre grands côtés & deux petits; ce que l'on concevra, en jettant les yeux sur un grenat dodécaèdre parfait, & en le supposant coupé, comme je viens de l'expliquer. Or, il est très-probable que l'Art auroit pu opérer, à l'aide d'une division mécanique, le même retranchement qui a lieu ici par une modification des loix de la Nature, si le crystal eût été divisible.

Concevons donc que l'on ait fait dans un grenat dodécaèdre différentes sections parallèles à ses douze faces. Il est aisé de voir que ces sections diviseront les petits rhomboïdes dont le dodécaèdre est censé composé, de manière qu'elles passeront par les petites diagonales des faces opposées de ces mêmes rhomboïdes. Or, en divisant un rhomboïde, comme il vient d'être dit, on en retire six tétraèdres égaux & semblables, & dont les faces sont pareillement semblables & égales entr'elles. Deux de ces faces ont pour côtés l'axe du rhomboïde, la petite diagonale d'un des rhombes, & le côté

du rhombe adjacent dans l'autre partie du cryſtal (*a*). Les deux autres faces ſont exactement les moitiés des mêmes rhombes, en ſuppoſant ceux-ci diviſés dans le ſens de leur petite diagonale.

Les tétraèdres dont il s'agit me ſemblent être les véritables molécules conſtituantes des grenats. Ce qui confirme cette hypothèſe, c'eſt qu'on ne peut, ſans y avoir recours, expliquer, ainſi que nous le verrons bientôt, d'une manière ſatisfaiſante & conforme à la théorie que j'ai établie, les décroiſſemens des lames du grenat dans le paſſage du dodécaèdre à la forme des cryſtaux ſecondaires.

69. La recherche des angles plans du grenat dont il s'agit, n'eſt qu'un ſimple problême de Géométrie, qu'il eſt facile de réſoudre. Ce cryſtal a quatorze angles ſolides, dont huit ſont formés par la réunion de trois angles plans, & les ſix autres par celle de quatre angles plans. Or, il eſt aiſé de voir d'abord

---

(*a*) Si l'on cherche, par le calcul, la valeur de l'axe du rhomboïde dont il s'agit, on trouvera que cet axe eſt égal au côté du rhombe; d'où il ſuit que les faces du tétraèdre ſont des triangles iſocèles tous égaux & ſemblables.

qu'une ligne droite, menée du ſommet d'un des angles ſolides compoſés de quatre plans au centre du cryſtal, eſt la petite diagonale d'un des rhombes qui forment les faces intérieures des quatre rhomboïdes dont le cryſtal peut être cenſé compoſé.

De plus, ſi l'on trace les grandes diagonales de quatre rhombes extérieurs, en faiſant le tour du dodécaèdre, ces diagonales formeront un quarré, dont la diagonale, paſſant néceſſairement par le centre du cryſtal, ſera par conſéquent double de la petite diagonale d'un des rhombes du dodécaèdre.

Il ſuit de-là que la grande diagonale du rhombe eſt à la petite comme le côté du quarré eſt à la moitié de ſa grande diagonale, c'eſt-à-dire, dans le rapport de 1 à $\frac{1}{2}\sqrt{2}$, ou de 2 à $\sqrt{2}$. Donc prenant les moitiés des deux diagonales du rhombe, nous pouvons faire *n d* (*fig.* 57) $=2$, & *b n* $=\sqrt{2}$. Le triangle rectangle *b n d*, réſolu d'après ces valeurs, donne pour la tangente de l'angle *n b d* le nombre 101505150, qui répond à 54° 44′ 8″. Donc l'angle *a b d* $=109° 28' 16''$, & l'angle *b a c* $=70° 31' 44''$.

Formes ſecondaires.

GRENAT A VINGT-QUATRE FACES. *Id.* DAUB. *Tableau minér.*

Développement. Vingt-quatre quadrilatères égaux & ſemblables entr'eux, tels que *goep* (*fig.* 58). L'angle *oep* = 117° 2′ 8″. *goe* = *gpe* = 82° 15′ 3″. *ogp* = 78° 27′ 46″.

70. Concevons que des lames rhomboïdales, ſemblables à celles que l'on détacheroit par des ſections faites parallèlement aux faces du grenat dodécaèdre, ſoient empilées ſur ces mêmes faces, mais aillent en diminuant, ſuivant une loi uniforme, juſqu'à ce qu'elles ſoient réduites à un point. Il réſultera de cette accumulation douze pyramides quadrangulaires, qui repoſeront par leurs baſes ſur les faces du dodécaèdre. Suppoſons de plus que les décroiſſemens des lames de ſuperpoſition ſe faſſent ſuivant une loi telle que les faces adjacentes des pyramides voiſines ſe trouvent deux à deux ſur un même plan. Soient *gane*, *gbme*, *mdne* (*fig.* 59), trois rhombes du dodécaèdre; *gep*, *geo*, les faces adjacentes de deux pyramides voiſines dans le cryſtal ſecondaire; *pen*, *ren*, deux autres faces pareillement adjacentes, &c. Ces faces

formeront, par leur réunion, des quadrilatères *goep*, *pern*, &c., dans lesquels on aura $gp = go$, & $pe = eo$; & d'une autre part $pn = rn$, $pe = re$, &c. Mais le point *p* étant plus éloigné de l'angle aigu *g*, que de l'angle obtus *e*, on aura aussi *pg* plus grand que *pe*, &, par la même raison, *og* plus grand que *eo*, &c.; ce qui est d'accord avec l'observation.

Les douze pyramides surajoutées au noyau donnent quarante-huit triangles; & divisant ce nombre par deux, à cause du niveau des faces adjacentes, on aura vingt-quatre quadrilatères pour la totalité des faces du crystal secondaire.

En observant avec soin les quadrilatères dont il s'agit, on y apperçoit très-souvent des stries parallèles aux grandes diagonales *ge*, *en*, *em* de ces quadrilatères, & qui indiquent les joints des lames de superposition, & le sens dans lequel elles sont appliquées l'une sur l'autre (*a*).

Examinons maintenant d'une manière plus

(*a*) Je suis même parvenu à diviser des grenats volcanisés de Pompéia, par des coupes nettes qui annonçoient l'application des lames l'une sur l'autre, telle que je viens de l'expliquer.

particulière

particulière la ſtructure d'une de ces lames. Il eſt aiſé de voir d'abord que la ſurface ſupérieure de cette lame eſt un rhombe *domg* (*fig.* 60), ſemblable à ceux qui forment les faces du noyau ; que ſa ſurface inférieure eſt un exagone *ablcne*, dans lequel les côtés *ab*, *cn*, ſont nuls pour nos ſens, puiſqu'il faut ſuppoſer la lame preſqu'infiniment mince. Les rebords ſont au nombre de ſix, dont deux triangulaires *adb*, *nmc*, ſitués perpendiculairement par rapport aux deux grandes faces. Les quatre autres rebords ſont des parallélogrammes obliquangles alongés *dblg*, *glcm*, &c., dont les plans ſont inclinés à angles obtus, & de la même quantité ſur celui du rhombe *domg*. Suppoſons deux ſections faites l'une ſur *dg*, l'autre ſur *gm*, parallèlement aux rebords *adoe*, *eomn* (ces ſections ſont poſſibles, d'après les diviſions indiquées dans le cryſtal) : alors la lame ſe trouvera partagée en une lame rhomboïdale, dont les rebords oppoſés deviendront parallèles, & qui ſera un aſſemblage de petits rhomboïdes ſemblables à ceux dont nous avons parlé plus haut (68), plus un reſte, qui, étant diviſé par des ſections faites parallèlement aux plans des triangles *abd*, *mnc*, donnera des demi-rhomboïdes, dont chacun

ſera formé de trois tétraèdres pareils à ceux que nous avons conſidérés (68) comme les molécules intégrantes du grenat. Or, les rhomboïdes qui composent la lame rhomboïdale adjacente, étant diviſibles chacun en ſix tétraèdres de la même forme, il s'enſuit que la lame entière *a b l c m e* n'eſt auſſi qu'un aſſemblage de ces mêmes tétraèdres.

De plus, on concevra, avec un peu d'attention, qu'une rangée de rhomboïdes répond à deux rangées de tétraèdres. Or, ſi l'on conſidère les décroiſſemens des lames de ſuperpoſition par rapport aux rebords *a d o e*, *e o m n*, on conclura, par un raiſonnement ſemblable à celui que nous avons déjà fait (15), que les ſouſtractions doivent ſe faire, ſur ces rebords, par une ſimple rangée de rhomboïdes, ou, ce qui revient au même, par deux rangées de tétraèdres, pour que les faces adjacentes des pyramides voiſines ſe trouvent de niveau; d'où il ſuit que les décroiſſemens ſe feront auſſi ſur les rebords oppoſés *d b l g*, *g l c m*, par deux rangées de tétraèdres. Mais quoiqu'une rangée de rhomboïdes ſoit équivalente, comme je l'ai obſervé, à une double rangée de tétraèdres, il ne faut pas en conclure que la lame, repréſentée par la *fig.* 60, puiſſe être uniquement compoſée de rhom-

boïdes ; puiſque, de quelque manière que l'on ſous-diviſe cette lame pour en détacher des rhomboïdes entiers, il y aura toujours un reſte, qui ne peut plus être composé que de tétraèdres.

Si l'on ſuppoſoit nulles les parties qu'on intercepteroit par les ſections faites ſur *dg*, *gm*, ainſi que je l'ai expliqué plus haut, & qui ſont l'excédent des lames rhomboïdales auxquelles ces parties ſont adjacentes, dans ce cas, toutes les arètes *mg*, *gd*, &c., des lames de ſuperpoſition, ſeroient encore de niveau avec celles des lames qui formeroient la force triangulaire voiſine ; ce qui réduiroit le cryſtal entier à de ſimples rhomboïdes. Mais alors les rebords des lames de ſuperpoſition feroient, d'un côté, un angle obtus, & de l'autre un angle aigu avec les ſurfaces des lames placées immédiatement au-deſſous. Or, il paroît plus naturel de ſuppoſer cet angle aigu rempli par des tétraèdres, puiſque cette diſpoſition établit une ſymétrie parfaite entre les parties correſpondantes du cryſtal.

Une nouvelle raiſon vient ici à l'appui de ce que j'ai dit (68) ſur la réduction du noyau en molécules de figure tétraèdre. J'ai déjà obſervé (Note du n°. 70), que le grenat à vingt-quatre faces étoit quelquefois

aſſez tendre pour être entamé par un inſtrument tranchant, & que ce cryſtal ſe diviſoit par des ſections qui paſſoient entre les grandes faces des lames de ſuperpoſition. Or, il réſulte des obſervations faites ſur les cryſtaux diviſibles, qu'une diviſion commencée peut toujours être continuée dans le même ſens, en allant de la ſurface au centre du cryſtal. D'où il réſulte que toutes les diviſions ſuppoſées dans le grenat à vingt-quatre faces étant parallèles aux faces du noyau, celui-ci ſe ſous-diviſeroit auſſi parallèlement à ces mêmes faces; ce qui conduit encore à des molécules tétraèdres, comme nous l'avons vu dans l'article cité ci-deſſus (*a*).

On pourroit objecter que l'explication précédente paroît contraire à ce que j'ai avancé (15); ſavoir, que, dans le cas où les faces adjacentes ſont de niveau, les décroiſſemens ſe font ſuivant la loi la plus ſimple & la plus régulière, puiſque cette loi doit être celle qui n'exige qu'une rangée de molécules ſouſtraites, au lieu qu'il y a ici ſouſtraction de deux rangées de tétraèdres. Mais on concevra aiſé-

---

(*a*) On verra, ci-après (74), que les cryſtaux de blende ſe diviſent exactement de la même manière par des coupes très-nettes.

ment que s'il ne ſe faiſoit qu'une ſouſtraction d'une ſimple rangée de molécules, les faces adjacentes, compoſées de la ſomme des arètes des lames de ſuperpoſition, feroient entr'elles des angles rentrans. Or, il paroît que les loix primitives de la Cryſtalliſation excluent tout angle rentrant dans les cryſtaux, puiſqu'on ne connoît aucun exemple d'une ſubſtance cryſtalliſée, où les faces voiſines forment entr'elles des angles de cette nature, ſi ce n'eſt dans les minéraux qui ſont compoſés de deux moitiés d'un cryſtal, réunies ſans doute par accident, & retournées en ſens contraire, comme l'a très-bien obſervé M. Demeſte (*a*), par rapport à quelques variétés du gypſe. Cela poſé, ſi la loi dont il s'agit n'eſt pas en elle-même la plus ſimple que l'on puiſſe imaginer, du moins a-t-elle réellement la plus grande ſimplicité poſſible, dans l'hypothèſe des loix actuelles auxquelles eſt ſoumiſe la Cryſtalliſation; ce qui me ſemble ſuffire pour lever la difficulté.

71. Il ne s'agit plus que de déterminer, par le calcul, la valeur des angles plans du grenat à vingt-quatre faces. Soient *g f h e*, *g n m e* (*fig.* 61), deux faces adjacentes du noyau;

(*a*) Lettres, Tom. I, p. 358.

goèp, une des faces quadrilatères du cryſtal ſecondaire. Ayant mené du point *o* une perpendiculaire ſur le plan du rhombe *gfhe*, cette ligne tombera ſur le centre *b* de ce rhombe. Menons encore les diagonales *ge*, *op* du quadrilatère, & la ligne *cb*, qui ſera perpendiculaire ſur *ge*. Cela poſé, il eſt facile de voir que les deux rhombes *gfhe*, *gnme*, pouvant être conſidérés comme deux des faces d'un priſme exagone régulier, l'angle que ces faces formeront entr'elles ſera de 120°. Donc l'angle *ocb*, qui eſt la moitié du ſupplément de cet angle, ſera de 30°. Donc *cob* $= 60°$; donc $\overline{co}^2 = \overline{cb}^2 + bo^2 = \overline{cb}^2 + \frac{1}{4}\overline{co}^2$; d'où l'on tire $\frac{3}{4}\overline{co}^2 = \overline{cb}^2$.

Maintenant, dans le triangle rectangle *gbe* (*fig.* 62) *, la ligne *bc* eſt une perpendiculaire abaiſſée de l'angle droit ſur l'hypothénuſe. De plus, $gb = \sqrt{4}$ (69), $be = \sqrt{2}$, & $ge = \sqrt{6}$. Donc $cg = \frac{\overline{gb}^2}{ge} = \frac{4}{\sqrt{6}}$, & $ce = \frac{\overline{be}^2}{ge} = \frac{2}{\sqrt{6}}$. Donc $cb^2 = gc \times ce =$

*Le rhombe *gfhe* eſt ici le même que celui de la *fig.* 61.

$\frac{4 \times 2}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$. Substituant dans l'équation $\frac{3}{4}\overline{co}^2 = \overline{cb}^2$, on aura $\frac{3}{4}\overline{co}^2 = \frac{4}{3}$; d'où l'on tire $\overline{co}^2 = \frac{16}{9}$, & $co = \frac{4}{3}$.

Dans le triangle cog (*fig.* 61), nous connoissons donc $co = \frac{4}{3}$, $cg = \frac{4}{\sqrt{6}}$, & l'angle $c = 90°$.

Or, r : tang. $g :: cg : co :: \frac{4}{\sqrt{6}} : \frac{4}{3} :: 3 : \sqrt{6}$.

Le résultat du calcul donnera pour la tangente de l'angle g le nombre 99119543, qui appartient à 39° 13′ 53″. Donc l'angle $pgo =$ 78° 27′ 46″.

Maintenant, dans le triangle ceo, nous avons $co = \frac{4}{3}$, $ce = \frac{2}{\sqrt{6}}$, & l'angle $c = 90°$.

Mais r : tang. $e :: ce : co :: \frac{2}{\sqrt{6}} : \frac{4}{3} :: 3 : \sqrt{24}$.

On trouvera, d'après cette proportion, pour la tangente de l'angle e, le nombre 102129843, qui répond à 58° 31′ 4″. Donc l'angle $oep =$ 117° 2′ 8″; d'où l'on conclura que chacun des angles goe, gpe, est de 82° 15′ 3″.

GRENAT A TRENTE-SIX FACES. *Id.* DAUBENT. *Tabl. minér.*

Développement. Douze rhombes *a b d c* (*fig.* 57), ſemblables à ceux du grenat dodécaèdre (68). Vingt-quatre exagones alongés *g r s e t u* (*fig.* 58). L'angle *r g u* = 78° 27′ 46″. *s e t* = 117° 2′ 8″. *g r s* ou *g u t* = 140° 46′ 7″. *e s r* ou *e t u* = 121° 28′ 56″.

72. Concevons que l'accumulation des lames décroiſſantes, qui a donné la variété précédente, ſoit arrêtée tout-à-coup à une certaine hauteur, en ſorte qu'il n'y ait ſur les douze faces du noyau que des pyramides naiſſantes, au lieu de pyramides entières : alors les faces ſupérieures de toutes les lames extrêmes donneront douze rhombes *u p o t*, *m n l k*, *r s h q*, &c., ſemblables aux rhombes *a b g e*, *g f d e*, &c., qui formoient les faces du noyau, & ſeulement plus petits ; & au lieu des quadrilatères *g o e p*, *p n r e*, &c. (*fig.* 59), on aura vingt-quatre exagones alongés *g r s e t u*, *a o t e m n*, &c. (*fig.* 63), interpoſés entre les douze rhombes ; ce qui fera en tout trente-ſix faces. On voit, par cet expoſé, que la forme du grenat dont il s'agit ici, eſt intermédiaire entre celle du grenat dodécaèdre, & celle du grenat à vingt-quatre faces.

73. Les angles plans des exagones font très-faciles à déterminer; car ayant tracé un des quadrilatères *goep* (*fig.* 58) du grenat à vingt-quatre faces, si l'on mène la diagonale *ge*, & les lignes *rs*, *ut*, parallèles à *ge*, & également distantes de cette ligne, on aura un exagone *grsetu*, dont les angles seront égaux à ceux de l'exagone du grenat à trente-six faces. Or, nous avons déjà trouvé ci-dessus (71) l'angle *rgu* de 78° 27′ 46″, & l'angle *set* de 117° 2′ 8″. De plus, il est aisé de voir que les angles *grs* ou *gut* d'une part, & *esr* ou *etu* de l'autre, sont les supplémens des angles *rge* & *ges*; d'où il suit que l'on aura $grs = gut = 180° - (39° 13' 53'') = 140° 46' 7''$, & $esr = etu = 180° - (58° 31' 4'') = 121° 28' 56''$ (*a*).

(*a*) Le grenat dodécaèdre peut fournir à la Géométrie une application du calcul *de maximis & minimis*. Ayant cherché, à l'aide de ce calcul, quel étoit de tous les solides à douze faces rhomboïdales celui qui, à capacité égale, avoit la plus petite surface, j'ai trouvé que les faces de ce solide sont des rhombes égaux & semblables entr'eux, dans lesquels le rapport des deux diagonales est celui de 1 à $\sqrt{\frac{1}{2}}$, comme on l'a déterminé plus haut; c'est-à-dire, que le solide dont il s'agit est parfaitement semblable au grenat dodécaèdre. Ce problême a beaucoup de rapport avec un

ADDITION à l'article précédent.

74. Quoique je ne me sois point proposé de faire entrer dans cet Essai ce qui concerne les substances métalliques, je crois cependant

---

autre qui a été résolu par plusieurs Auteurs, & dans lequel on propose de déterminer l'angle du sommet de l'alvéole des abeilles, qui donne le *minimum* de surface. Le solide, qui représente cette alvéole, a pour base un exagone régulier, & pour faces latérales six trapèzes avec un sommet formé de trois rhombes. Dans les solutions que j'ai vues de ce dernier problême, on ne fait varier que la grande diagonale des rhombes du sommet; en sorte que l'on n'a le *minimum* de surface que par rapport à ce sommet. Si l'on vouloit résoudre le problême dans toute son étendue, en faisant varier aussi la hauteur de l'espèce de prisme formé par les trapèzes latéraux, on trouveroit que, pour avoir le *minimum* de surface, il faut prendre la moitié d'un dodécaèdre semblable à celui du grenat, & coupé dans une direction perpendiculaire à l'axe de ce dodécaèdre. L'alvéole des abeilles a une hauteur beaucoup plus considérable que celle d'un pareil solide. Mais cette dimension est assortie aux usages de ces alvéoles, qui ne sont pas seulement destinées à recevoir le miel, mais encore à servir de logement aux abeilles nouvellement écloses, qui y restent jusqu'à ce que leur développement soit achevé, ainsi que le remarque M. Maraldi, Mémoires de l'Académie des Sciences, 1712, *Observation sur les Abeilles.*

devoir ajouter ici le résultat des observations que j'ai faites sur les blendes, dont la structure est absolument la même que celle des grenats. On connoît des crystaux de blende à vingt-quatre faces, dont douze sont des trapézoïdes, tels que *ateu*, *atiq*, *auhq*, &c. (*fig.* 64), & les douze autres des triangles isocèles alongés *hux*, *eux*, &c., réunis deux à deux par leurs bases, & interposés entre les quadrilatères, ainsi que le représente la *figure*. J'ai divisé un assez grand nombre des crystaux dont il s'agit, par des coupes très-nettes, parallèlement aux douze quadrilatères. Ces divisions emportent peu à-peu les douze triangles isocèles; & lorsque ceux-ci ont entièrement disparu, le solide se trouve réduit à un dodécaèdre à plans rhombes, qui a exactement la même figure que celui du grenat (*fig.* 56). Quand ces dodécaèdres ont été extraits d'une blende rougeâtre, ils ressemblent tellement à des grenats, que l'on seroit tenté de s'y méprendre au coup-d'œil, sans la différence du poli, qui est beaucoup plus vif dans la blende. Si l'on sous-divise ces mêmes dodécaèdres toujours parallèlement à leurs faces, la division donne en dernière analyse des tétraèdres irréguliers à faces triangulaires isocèles, tels que ceux qui ont été décrits (68).

Il eſt donc extrêmement probable que les molécules de la blende ſont de la même forme que celles du grenat (*a*). Les tétraèdres dont je viens de parler, combinés de diverſes manières, d'après les loix de Cryſtalliſation que j'ai expoſées dans cet Ouvrage, produiſent de nouveaux tétraèdres à faces équilatérales, des octaèdres réguliers, des parallélipipèdes obliquangles, & d'autres polyèdres de diverſes figures indiquées par différens Auteurs, & en particulier par le ſavant M. Born, dans ſon *Lithophylacium*, I[re]. Part., p. 132 & ſuiv.

ARTICLE VIII.

Application aux Topazes du Bréſil & de Saxe.

75. LES deux topazes, qui ſont l'objet de cet article, forment deux ſortes de pierres diſtinguées l'une de l'autre par pluſieurs caractères ſenſibles, & en particulier par celui de la couleur, dont M. Daubenton a ſu tirer un

---

(*a*) Voyez ce qui a été dit (Introduction, p. 36) ſur cette reſſemblance des molécules dans des cryſtaux de nature différente.

parti ſi ingénieux, en graduant les teintes des divers cryſtaux gemmes proportionnellement à celles que l'on obſerve dans le ſpectre ſolaire produit par la réfraction de la lumière à travers le priſme de Newton (*a*). Dans cette graduation, la topaze de Saxe correſpond au jaune ſimple, & celle du Bréſil au mêlange du jaune & de l'orangé. Cependant j'ai cru devoir réunir ici ſous un même point de vue les deux topazes dont il s'agit, parce qu'elles ſont compoſées de molécules conſtituantes ſemblables entr'elles; & quoiqu'au premier coup-d'œil elles paroiſſent annoncer des différences marquées, même par rapport à leurs formes extérieures, j'ai reconnu, en examinant celles-ci avec attention, & d'après la ſtructure des cryſtaux, qu'elles étoient originaires d'une même forme primitive, qui eſt ſeulement moins apparente dans la topaze de Saxe, & comme déguiſée par un plus grand nombre de facettes ſurnuméraires.

Je ne ſache pas que la forme primitive de ces cryſtaux ait été encore vue iſolée. Cette forme, ainſi qu'on le verra dans la ſuite, ſeroit celle d'un priſme quadrangulaire, dont

(*a*) Mém. de l'Acad. des Sciences, ann. 1740.

les pans ſont des rectangles, & les deux baſes des rhombes ayant leurs angles à-peu-près de 124° 30′, & 55° 30′. La forme dont il s'agit exiſte, en quelque ſorte, par parties dans les deux topazes; car celle du Bréſil ſe préſente aſſez communément ſous la forme d'un priſme tel que je viens de le décrire, mais ſurmonté d'une pyramide, & la topaze de Saxe ſe trouve ſouvent terminée par deux faces horizontales: mais outre qu'il y a un commencement de pyramide, le priſme eſt à huit pans inégaux entr'eux.

76. Quant aux molécules conſtituantes des topazes, elles ſont auſſi des priſmes droits, qui ont leurs baſes ſemblables à celles du cryſtal de forme primitive, & dont la hauteur eſt une moyenne proportionnelle entre la grande diagonale des rhombes de la baſe, & une ligne double de la largeur des mêmes rhombes, comme je le prouverai dans le cours de cet article.

Topaze du Brésil.

Formes ſecondaires.

Topaze du Brésil en prisme droit rhomboïdal, terminé par une et quel-

QUEFOIS DEUX PYRAMIDES A QUATRE FACES TRIANGULAIRES (*Pl. VII*, *fig.* 65). Topaze du Brésil. DAUBENT. *Tabl. minér.*

Développement. Quatre rectangles alongés & égaux entr'eux, tels que *b o h t*, *s o h g*, &c., formant les pans du prisme.

Quatre triangles scalènes, tels que *a b o* (*fig.* 65 & 66), formant les faces des pyramides. L'angle $abo = 37° \ 11'$. $aob = 69° \ 55'$. $bao = 72° \ 54'$.

77. Le tissu de cette topaze est feuilleté, ainsi que celui de la topaze de Saxe, & les lames qu'on en détache, en la clivant, sont placées parallèlement aux bases du prisme, & ont leurs grandes faces lisses & brillantes. Quoiqu'en essayant de sous-diviser ces lames on ne puisse obtenir que des fragmens irréguliers, probablement parce que les faces latérales des molécules ayant beaucoup plus d'étendue que les bases, ont aussi entr'elles une adhésion beaucoup plus forte (*a*), cependant on ne peut douter, ce me semble, que les lames dont il s'agit ne soient des assemblages de petits prismes droits, dont les pans sont parallèles à ceux du prisme total. Cette induction suit naturellement de l'analogie des autres

(*a*) Voyez la Note de la page 51.

cryſtaux ; & d'ailleurs nous verrons que les réſultats des calculs faits d'après cette hypothèſe ſe trouvent d'accord avec l'obſervation.

Quant aux pyramides qui terminent le priſme, elles ſont produites par les décroiſſemens des lames de ſuperpoſition, dont la loi ſera déterminée plus bas. Le priſme eſt preſque toujours cannelé irrégulièrement dans le ſens de ſa hauteur; ce qui ſuppoſe des ſouſtractions inégales, & pour ainſi dire intermittentes, de différentes files longitudinales de molécules conſtituantes. Ce n'eſt pas la première fois que j'aie vu les lames compoſantes d'un cryſtal fuir en quelque ſorte par leur diſpoſition en retraite ſur les faces primitives. J'ai obſervé entr'autres des rhomboïdes de ſpath calcaire ſemblables au ſpath d'Iſlande, dont les faces étoient inégalement ſtriées dans des ſens parallèles aux arètes du rhomboïde.

TOPAZE DU BRÉSIL EN PRISME DROIT A HUIT PANS, TERMINÉ PAR UNE OU DEUX PYRAMIDES A QUATRE FACES QUADRILATÈRES (*fig.* 67).

Développement. Quatre rectangles alongés, tels que *codu*, *odlr*, &c., formant quatre des pans du priſme. Quatre trapèzes *rsgl*,

cbtu

cbtu (*fig.* 67 & 68), formant les quatre autres pans du priſme. Quatre quadrilatères irréguliers, tels que *a o r s* (*fig.* 67 & 69), qui ſont les faces des pyramides.

Angles des trapèzes *s r l* = *g l r* = 108° 23′. *r s g* = *l g s* = 71° 37′.

Angles des quadrilatères *o a s* = 72° 54′. *a o r* = 69° 55′. *a s r* = 63° 7′. *o r s* = 154° 4′.

78. Il arrive aſſez ſouvent que les ſouſtractions de molécules, qui forment les ſtries ou les cannelures, dont le priſme de la topaze du Bréſil eſt ſillonné, ſe font régulièrement, depuis un certain terme, ſelon une loi qui ſera déterminée dans la ſuite. Alors le priſme eſt à huit pans, dont quatre rectangles, réunis deux à deux ſur les arètes *o d* (*fig.* 67), & celle qui lui eſt oppoſée; ces rectangles ſont évidemment les réſidus des pans du priſme primitif. Les quatre autres pans, qui ſont, comme on l'a vu, des trapèzes, anticipent ſur les pyramides terminales; en ſorte que les faces de celles-ci, qui étoient triangulaires dans la première variété, deviennent, dans le cas préſent, des quadrilatères tels que ceux qui ont été décrits.

Comme on retrouve ces mêmes pans beaucoup mieux prononcés dans le priſme de la

topaze de Saze, & que d'ailleurs cette dernière fournit plus de données que l'autre, pour déterminer la loi des décroissemens des lames & la hauteur des molécules constituantes, je renvoie à l'article suivant tout ce qui concerne ces différens objets, qui sont, ainsi que nous le verrons, communs aux deux topazes, avec quelques modifications de plus par rapport à celle de Saxe.

TOPAZE DE SAXE.

Forme secondaire.

TOPAZE EN PRISME A HUIT PANS, TERMINÉ PAR UNE OU DEUX PYRAMIDES INCOMPLETTES A SIX FACES (*fig.* 70).* Topaze de Saxe. DAUB. *Tabl. minér.*

Développement. Quatre rectangles étroits, tels que *tski*, *tfpi* (*fig.* 70 & 74), qui sont les résidus des faces primitives du prisme, comme dans la topaze du Brésil à prisme octogone. Quatre pentagones irréguliers *sunzk*

(*) Je supposerai, dans cet article, que le prisme n'a que son extrémité supérieure qui soit en pyramide, l'extrémité inférieure étant presque toujours engagée dans la gangue du crystal.

(*fig.* 70 & 76), formant les quatre pans larges du priſme.

Un exagone un peu irrégulier *a b o e r c* (*fig.* 70 & 72), qui remplace le ſommet de la pyramide. Deux pentagones *e u n g r* (*fig.* 70 & 73), ayant leurs côtés égaux deux à deux, & leurs ſommets *n*, ſitués ſur les arètes *n z*, qui joignent les pans larges du priſme. Quatre autres pentagones plus irréguliers *b d f t o*, *o t s u e*, &c. (*fig.* 70 & 75), qui forment les quatre autres faces de la pyramide incomplette, & correſpondent chacun à un pan étroit du priſme, & à une partie du pan large voiſin.

Angles des pentagones *s u n z k* (*fig.* 76). *u s k* = 108° 23′. *u n z* = 123° 34′. *s u n* = 128° 3′. *s k z* = *n z k* = 90°.

Angles de l'exagone *a b o e r c* (*fig.* 72). *b o e* = *a c r* = 124° 26′. *o e r* = *e r c* = *c a b* = *a b o* = 117° 47′.

Angles du pentagone *e u n g r* (*fig.* 73). *r e u* = *e r g* = 110° 44′. *e u n* = *r g n* = 122° 6′. *u n g* = 74° 20′.

Angles du pentagone *o t s u e* (*fig.* 75). *e o t* = 110° 5′. *o e u* = 115° 30′. *e u s* = 90° 26′. *u s t* = 154° 4′. *o t s* = 69° 55′.

79. Telle eſt la forme ſous laquelle ſe préſente aſſez communément la topaze de Saxe;

mais cette forme eſt ſujette à beaucoup de variations, dont les plus intéreſſantes, relativement à l'explication de ſa ſtructure, ſont de nouvelles facettes, qui doublent les faces latérales de la pyramide incomplette; en ſorte que ces faces changent d'inclinaiſon, & ſe relèvent en arètes parallèles au côté correſpondant de l'exagone terminal. (*Voyez la figure* 71). Par cette nouvelle diſpoſition, les pentagones *b d f t o*, *o t s u e* (*fig.* 70), ſe trouvent réduits aux pentagones *ζ d f t m*, *q u s t m* (*fig.* 71), & leur partie ſupérieure eſt remplacée par une facette ſurnuméraire *b′ ζ m o′* ou *o′ m q e′*. La figure des autres pentagones, tels que *e u n g r* (*fig.* 70), ſe trouve modifiée de manière que ce qui reſte de leur ſurface eſt un octogone *e′ q u y γ g π r′* (*fig.* 71). Quant à leur partie inférieure, elle eſt remplacée par un triangle iſocèle *γ n′ y*. La figure des pans pentagones *s u n z k* (*fig.* 70) du priſme ſe trouve altérée à proportion, & devient un exagone *s u y n′ z k* (*fig.* 71). On a, dans ce cas, treize faces pour la pyramide, outre les huit faces ordinaires du priſme. Ces différentes faces ſont encore ſuſceptibles de varier, ſuivant les poſitions où ſe trouvent les arètes *ζ m*, *m q*, *y γ*, &c.

80. En meſurant avec ſoin les inclinaiſons

qu'ont entr'elles, & avec les pans du prisme, les faces de la pyramide modifiée, comme je viens de l'exposer (*a*), j'ai trouvé l'angle formé par la face pentagone *mqust* (*fig.* 71) avec le pan rectangle *t s k i* du prisme, sensiblement égal à l'angle formé par la face octogone $e' q u y \gamma g \pi r'$ avec l'exagone terminal $a' b' o' e' r' c'$. De plus, chacun de ces deux angles est, à très-peu de chose près, de 136°.

D'après ces données, la seule hypothèse dans laquelle les résultats du calcul soient conformes aux autres observations que l'on peut faire sur le crystal, est celle d'une loi de décroissement, par une simple rangée de molécules pour la face triangulaire $y n' \gamma$; par deux rangées de molécules pour la face octogone adjacente $e' q u y \gamma g \pi r'$; par deux rangées encore pour la face pentagone *q u s t m*; & enfin par trois rangées pour la face quadrilatère adjacente $o' m q e'$. Mais avant de passer aux résultats qui suivent de ces diverses sup-

(*a*) J'ai mesuré ces inclinaisons sur une très-belle aigue-marine d'un volume considérable, qui se trouve au Cabinet du Roi. On sait que la forme de ce crystal gemme est absolument la même que celle de la topaze de Saxe.

positions, il faut déterminer la hauteur des molécules prismatiques constituantes.

81. Soit *ldm* (*fig.* 77) le triangle mensurateur, par rapport aux décroissemens des lames qui forment la face *m q u s t* (*fig.* 71), & *l d h* (*fig.* 81) le triangle mensurateur pour la face octogone *e' q u y γ g π r'* (*fig.* 71); la ligne *l d* étant la hauteur d'un des petits prismes dont il s'agit, on aura, d'après les mesures indiquées plus haut (80), l'angle *dlm* (*fig.* 77) = 44°, & l'angle *lmd* = 46° (*a*); on aura aussi l'angle *dlh* (*fig.* 81) = 46°, & *lhd* = 44°: donc les triangles *dlm*, *dlh* sont semblables; ce qui donne *dm* : *dl* :: *dl* : *dh*.

Soit *a b n d* (*fig.* 79) la surface de la base d'une des molécules constituantes de la topaze. Ayant mené la perpendiculaire *b o* sur le côté *dn*, on aura, par la supposition, *dm* (*fig.* 77) = 2*bo* (*fig.* 79), à cause des décroissemens par deux rangées, & *dh* (*fig.* 81) = *an* (*fig.* 79), à raison de la même loi de décroissement,

(*a*) Les lames de superposition ayant leurs bases disposées perpendiculairement aux pans du prisme, il est visible que *d m* est aussi perpendiculaire à l'un de ces pans, & par conséquent *l m d* = 136° − 90° = 46°.

qui a lieu ici par rapport aux angles des lames composantes. Substituant dans la proportion $dm : dl :: dl : dh$, elle devient $2bo : dl :: dl : an$; c'est-à-dire, que la hauteur dl (*fig.* 77) d'une des molécules prismatiques, est une moyenne proportionnelle entre deux fois la largeur bo (*fig.* 79) de la base, & la grande diagonale an de la même base; ce qui est le rapport que j'ai indiqué (76).

Cherchons à présent la valeur des angles bnd, abn, de la base dont il s'agit. La proportion $2bo : dl :: dl : an$ donne an ou $2gn = \frac{(dl)^2}{2bo}$. De plus, $bo \times dn = gn \times bd = gn \times 2dg$; d'où l'on tire $dg = \frac{bo \times dn}{2gn}$.

Substituant à la place de $2gn$ sa valeur $\frac{(dl)^2}{2bo}$, on a $dg = \frac{2(bo)^2 \times dn}{(dl)^2}$. Or, d'après les valeurs indiquées ci-dessus, $\frac{2(bo)^2 \times dn}{(dl)^2} = \frac{\sin(44^\circ)^2 \times r}{2 . \sin.(46^\circ)^2}$, en prenant dn pour le rayon r. Donc $log. \sin. dng = 2\ log. \sin. 44^\circ + log. r - 2\ log. \sin. 46^\circ - log. 2 = 96686444$, lequel nombre répond à $27^\circ\ 47'$. Donc bnd

$= 55^\circ\ 34'$, & $adn = 124^\circ\ 26'$; laquelle valeur ſe trouve être la même que celle qu'on obſerve, en meſurant l'inclinaiſon reſpective des pans *tſpi*, *tski* (*fig.* 70), qui ſont, comme je l'ai dit (*a*), les réſidus des pans primitifs du priſme de la topaze de Saxe.

Soit maintenant *ldp* (*fig.* 80) le triangle menſurateur, qui doit donner la loi des décroiſſemens, par rapport à la facette triangulaire $yn'\gamma$ (*fig.* 71). Ces décroiſſemens étant ſuppoſés ſe faire par une ſimple rangée de molécules, on aura $dp = gn$ (*fig.* 79).

Or, nous avons vu que $gn = \frac{(dl)^2}{4bo}$

$= \frac{\text{ſin.}\,(46^\circ)^2}{2\ \text{ſin.}\ 44^\circ}$, & *log.* *gn* ou *log.* $dp =$

2 *log. ſin.* 46° — *log. ſin.* 44° — *logar.* $2 =$ 95710669. De plus, faiſant attention que nous avons pris pour la valeur de *dl* le ſinus de 46°, on aura *log.* $dl = 9856934$ I. Le triangle *l d p* étant réſolu d'après ces données, on trouve pour le logarithme de la tangente de *lp* le nombre 97141328, qui répond à $27^\circ\ 22'$; d'où il ſuit que l'angle

(*a*) Voyez le développement de cette topaze.

formé par la facette dont il s'agit avec l'exagone terminal, eſt de $90° + 27° 22' = 117° 22'$; laquelle valeur ſe trouve également vérifiée par l'obſervation.

Quant aux décroiſſemens par rapport aux facettes $o'e'qm$ (*fig.* 71), ils ſe font, comme je l'ai annoncé (80), par des ſouſtractions de trois rangées de molécules; c'eſt-à-dire, que dans le triangle menſurateur ldr (*fig.* 78), on a, outre *logar.* $dl = 98569341$, comme ci-deſſus, *log.* $dr =$ *log.* $bo +$ *log.* $3 =$ *log. ſin.* $44° -$ *log.* $2 +$ *logar.* $3 = 100178626$ (*a*); ce qui donne pour le logarithme de la tangente de l'angle l, le nombre 101609285, qui répond à $55° 22'$. Partant, l'angle formé par la facette dont il s'agit, avec l'exagone qui termine le cryſtal, eſt de $145° 22'$, ainſi que le donnent les meſures priſes ſur le cryſtal.

Voilà le premier exemple de décroiſſement par trois rangées de molécules, que j'aie encore trouvé parmi une multitude de cryſtaux dont j'ai obſervé la ſtructure; d'où l'on peut conjecturer que ces exemples ne ſeront pas moins rares dans la ſuite. Ainſi, il faut

---

(*a*) Nous avons eu ci-deſſus $2\,bo = dm =$ *ſin.* $44°$; d'où l'on tire *log.* $bo =$ *log. ſin.* $44° -$ *log.* 2.

les regarder comme des eſpèces d'exceptions aux loix les plus ordinaires, qui ſont celles des décroiſſemens par une ou deux rangées de molécules.

La figure octaèdre du priſme eſt aſſez nette, dans cette topaze, pour permettre de déterminer avec préciſion la loi des décroiſſemens que ſubiſſent les lames compoſantes depuis les arètes *fp*, *sk* (*fig.* 68), où ſe terminent les pans rectangles du même priſme.

Soit A *dhb* C *rne* (*Pl. VIII*, *fig.* 82) une coupe horizontale de ce priſme. S'il ne ſe faiſoit aucunes ſouſtractions de molécules conſtituantes, la coupe dont il s'agit auroit la figure du rhombe A B C D. Suppoſons donc qu'au point *d*, où commencent les décroiſſemens ſur le bord AB, il y ait une rangée *dgl*B de molécules ſouſtraites; une autre rangée *fpsl*, au point *f* diſtant du point *d* de trois molécules, & ainſi de ſuite. Cherchons les angles qui réſultent de cette loi de décroiſſement. Dans le triangle *dfg*, nous avons l'angle $dgf = Adg = 55° 34'$, & le côté $gf = 3\,dg$. Donc on peut faire $dg = 1$; $gf = 3$. Réſolvant ce triangle, on trouvera pour le logarithme de la tangente de la demi-différence des angles *d* & *f*, le nombre 99772678, qui appartient à 43° 30'; d'où

l'on conclura que dfg ou $fhp = 18° 43'$: ajoutant à phx, qui eſt de $55° 34'$, le double de fhp, on aura l'angle $dhb = 93°$, & l'angle $A dh = A dg + fdg = 55° 34' + 105° 43' = 161° 17'$; ce que confirment encore les obſervations faites ſur le cryſtal. On voit par-là que les décroiſſemens dont il s'agit ſuivent une des loix les plus ordinaires de la Cryſtalliſation, excepté qu'ils ſe font par des degrés intermittens (*a*).

82. Pour revenir maintenant à la topaze du Bréſil, j'ai obſervé que, dans ce cryſtal, les décroiſſemens des lames qui forment par leurs rebords les faces des pyramides, ſe faiſoient par des ſouſtractions de deux rangées de molécules, comme pour les faces *otsue* (*Pl. VII*, *fig.* 70), ou *qmtsu* (*fig.* 71), dans la topaze de Saxe.

Quant au calcul des angles plans de l'une & l'autre topaze, je m'abſtiendrai de le donner ici, parce qu'il eſt long & un peu compliqué, ſur tout pour la topaze de Saxe;

(*a*) On pourroit auſſi concevoir la loi dont il s'agit ici, comme une eſpèce de loi de décroiſſement par trois rangées de molécules.

mais à l'aide des inclinaisons qu'ont entr'elles les différentes faces de ces cryſtaux, il ſera facile aux Géomètres, qui voudroient vérifier mes calculs, de retrouver les réſultats indiqués dans le développement des deux topazes.

ARTICLE IX.

Application au Grès cryſtalliſé de Fontainebleau.

83. TOUT le monde connoît aujourd'hui le grès rhomboïdal de Fontainebleau, dont M. de Laſſone a donné, dans les Mémoires de l'Académie des Sciences pour l'année 1775, une deſcription très-exacte & très-détaillée, ainſi que des carrières dans leſquelles on trouve cette ſorte de cryſtaux. M. Sage a reconnu (*a*) que ces rhomboïdes étoient compoſés d'environ $\frac{2}{5}$ de matière calcaire ſur $\frac{3}{5}$ de matière quartzeuſe; ce qui doit les faire ranger parmi les pierres mêlangées. Je me ſuis propoſé, dès l'année 1782, de rechercher ſi la forme des cryſtaux dont il s'agit apparte-

---

(*a*) Elémens de Minéralogie, 2e édition, Tom. I pag. 253.

noit aux ſpaths calcaires, ou ſi elle n'étoit point le réſultat de quelque modification particulière, occaſionnée par le mélange de la matière quartzeuſe. J'ai reconnu d'abord, en meſurant leurs angles plans, que ces angles étoient ſenſiblement égaux à ceux du ſpath rhomboïdal à ſommets aigus (36), c'eſt-à-dire, de 75° 31′ 20″, & de 104° 28′ 40″, à quelques variations près, occaſionnées par les arrondiſſemens que ſubiſſent aſſez ſouvent les rhomboïdes vers leurs ſommets. Je ſuis même parvenu à diviſer quelques rhomboïdes de grès cryſtalliſé, dans le même ſens que le ſpath calcaire dont je viens de parler, & de manière que les coupes étoient aſſez nettes pour laiſſer reconnoître le poli de la Nature, quoiqu'un peu offuſqué par la matière du grès. Ces recherches ſont l'objet d'un Mémoire lu à l'Académie des Sciences le 18 Janvier 1783. Le réſultat des obſervations rapportées dans ce Mémoire, eſt que la ſubſtance quartzeuſe, mêlée avec celle du ſpath dans les rhomboïdes dont il s'agit, ne contribue en rien à leur figure; mais que les molécules du quartz, trop peu diviſées pour être ſuſceptibles d'une vraie cryſtalliſation, ſont ſeulement entraînées, & en quelque ſorte commandées par celles du ſpath, qui ſeules ont

le degré de ténuité néceſſaire pour ſe cryſtalliſer (*a*).

ARTICLE X.

Obſervations & conjectures ſur la formation & ſur l'accroiſſement des Cryſtaux.

84. JE me ſuis borné, dans les articles précédens, à ce qui regarde la ſtructure des cryſtaux. Quoique je n'aie appliqué ma théorie qu'à un certain nombre de genres, & que j'aie omis pluſieurs formes que je n'ai point encore été à portée d'obſerver, ou qui m'ont paru moins intéreſſantes que celles auxquelles je me ſuis arrêté, je crois en avoir aſſez dit pour qu'on ne puiſſe douter que les lames qui compoſent les cryſtaux ſecondaires ne ſubiſſent réellement les loix de décroiſſement que j'ai aſſignées. Il arrivera peut-être qu'en multipliant les obſervations, on découvrira, dans certains cryſtaux, des extenſions particulières de ces loix : mais il me ſemble que, dès

(*a*) Ces obſervations avoient déjà été faites en partie; mais on n'avoit pas encore déterminé d'une manière préciſe à quelle forme de ſpath calcaire les cryſtaux dont il s'agit devoient être rapportés.

maintenant, on peut préſumer, avec beaucoup de fondement, que la marche la plus ordinaire de la Nature eſt celle que j'ai indiquée, & que les variations même que cette marche pourroit éprouver dans certains cas, auront toujours un rapport aſſignable avec l'une des loix dont il s'agit; en ſorte qu'elles en aſſureront l'exiſtence, loin de la rendre équivoque, & ne feront qu'en modifier l'action, ſans en altérer la régularité. Les réflexions que je vais ajouter, ſur la formation & ſur l'accroiſſement des cryſtaux, me paroiſſent d'autant plus propres à répandre du jour ſur ce qui précède, qu'elles ſeront déduites immédiatement de l'obſervation & des faits que préſente la ſtructure, & que je m'abſtiendrai de donner aucune hypothèſe ſur la nature & ſur la manière d'agir des loix primitives, dont la connoiſſance, ſi elle ne nous a pas été refuſée pour toujours, ne peut s'acquérir que par une longue ſuite d'expériences & de recherches profondes, qui manquent à l'état actuel de la Science.

Il eſt vraiſemblable, comme je l'ai déjà remarqué en paſſant (6), que la figure d'un cryſtal eſt ordinairement déterminée dès les premiers inſtans de ſa formation. Tous les cryſtaux quartzeux, calcaires & autres que

l'on obſerve ſur une même gangue (*a*), ſe reſſemblent par leur forme, quel que ſoit leur volume; en ſorte que ceux mêmes qui, par leur fineſſe extrême, échappent à nos yeux, & ne peuvent être apperçus qu'à l'aide d'un inſtrument d'Optique, ont déjà la figure des plus gros. Nous avons, par exemple, ſur certaines matrices, des aiguilles de cryſtal de roche, dont la petiteſſe eſt extrême: cependant ces aiguilles ont un priſme interpoſé entre les deux pyramides, lorſque les groſſes parmi leſquelles elles ſe trouvent mêlées, préſentent cette variété de figure. Si chaque aiguille étoit formée d'abord par deux pyramides ſans priſme, en ſorte que l'interpoſition du priſme entre les deux pyramides ne commençât à avoir lieu que quand le cryſtal ſeroit parvenu à une certaine épaiſſeur, on verroit ordinairement ſur une même gangue des cryſtaux avec pyramide ſans priſme, & d'autres avec des priſmes à tous degrés d'élé-

(*a*) On trouve à la vérité quelquefois ſur la même gangue des cryſtaux d'une même nature, qui diffèrent par leur forme; mais, très-probablement, l'époque de la cryſtalliſation des uns & des autres n'eſt pas la même, & ils ſont, pour ainſi dire, le produit de deux jets différens.

vation.

vation. Cependant on remarque un rapport assez sensible entre le volume des différentes aiguilles & la hauteur de leur prisme. Si quelques-unes ne montrent qu'un commencement de prisme, cela paroît venir de ce que le reste du crystal est enfoncé dans la gangue; & en effet, on apperçoit assez souvent, du côté opposé, la seconde pyramide, ou même l'autre extrémité du prisme, qui forme une saillie, & que l'on reconnoît, à son alignement, pour faire partie du même crystal.

Il en faut dire autant des crystaux spathiques, & de ceux des autres genres. Quelle que soit leur finesse, ils sont déjà complets, chacun selon sa variété; on n'en voit aucun qui présente le noyau à découvert, ou le passage du noyau à la forme secondaire. D'après cette observation, il me paroît important de distinguer entre la structure d'un crystal secondaire & son accroissement, puisque celui-ci se fait communément en sens contraire de la structure. Dans le spath phosphorique cubique, par exemple, les lames que l'on détache, en suivant les divers sens indiqués par la structure, sont disposées parallèlement aux faces du noyau octaèdre; au lieu que l'accroissement du crystal s'est fait par une suite de couches concentriques parallèles aux faces du

cube. On pourroit demander pourquoi, la chose étant ainsi, il n'est pas possible de diviser nettement un cube de spath phosphorique parallèlement à ses faces? La raison en est, que les surfaces des couches, ou des enveloppes qui s'appliquent les unes sur les autres pendant l'accroissement du spath, ne peuvent être des plans lisses, mais sont nécessairement hérissées d'une multitude de petites aspérités, ou de pointes de petits octaèdres ou tétraèdres, ainsi qu'on le concevra aisément, d'après l'explication que j'ai donnée (54) de la structure dont il s'agit. Cela posé, les lames qui composent les couches concentriques dont j'ai parlé, se trouvent comme engrenées les unes dans les autres; en sorte que la main qui dirigeroit l'instrument tranchant dont on se serviroit pour essayer de diviser le cube parallèlement à ses faces, ne pourroit se prêter à tous les mouvemens anguleux qu'exigeroit cette espèce d'engrenage.

Un raisonnement simple prouve, ce me semble, que l'accroissement des crystaux doit se faire, le plus ordinairement, de la manière que je viens d'exposer. La crystallisation d'une substance, sous une forme plutôt que sous une autre, tient nécessairement à une cause particulière, ou plutôt à une modification

des causes générales qui influent dans cette opération de la Nature. Il se peut, par exemple, que l'agent qui détermine la matière crystalline à prendre telle figure préférablement à telle autre, vienne en partie de la qualité même du fluide, dans lequel s'opère la crystallisation. Or, l'influence de cet agent doit avoir lieu, dès que les molécules sont assez rapprochées pour se grouper de manière à produire déjà un crystal élémentaire, qui n'est, pour ainsi dire, qu'un infiniment petit, & qui ne fait plus que grossir, en conservant sa figure.

85. Proposons-nous un exemple de cet accroissement, tiré du spath calcaire à deux pyramides hexaèdres, dont les faces sont des triangles scalènes (33). Le plus petit noyau qui puisse donner l'élément du crystal secondaire, est celui dont chaque face est formée de neuf rhombes, c'est-à-dire, que le solide est composé de vingt-sept molécules rhomboïdales. Concevons que *c* (*fig.* 83) soit un des sommets de ce solide, & que *g b c f*, *b c n m*, *c f h n*, soient les trois faces qui se réunissent pour former l'espèce de pyramide terminée par ce sommet. Pour avoir le crystal élémentaire cherché, il faut concevoir au moins une couche appliquée sur chacune des deux pyramides dont est composé le noyau. Or, puisque les

décroiſſemens ſe font, dans le cas préſent, par deux rangées de molécules (34), il eſt aiſé de voir que la couche dont il s'agit ne couvrira que les trois rhombes *a*, *r*, *o*. Voyons donc combien il faut de molécules pour former cette couche, ſans laiſſer aucun vuide. Suppoſons trois rhomboïdes appliqués ſur *a*, *r*, *o*, de manière qu'ils aient leurs faces reſpectivement parallèles à celles du noyau. Ces rhomboïdes laiſſeront d'abord trois interſtices entre celles de leurs faces, qui aboutiront aux arètes contiguës au ſommet *c*, telles que *c e*. Il faudra trois nouveaux rhomboïdes pour remplir ces interſtices; plus, un quatrième rhomboïde pour remplir le vuide qui reſtera au ſommet *c*; en ſorte que le ſommet inférieur de ce dernier rhomboïde ſe confondra avec *c*: ainſi chaque couche ſera compoſée de ſept molécules, & l'aſſemblage du noyau & de ces couches donnera l'élement du cryſtal ſecondaire formé de quarante-un petits rhomboïdes.

Concevons maintenant que, dans l'inſtant ſuivant, le ſolide s'accroiſſe de la plus petite quantité poſſible, en reſtant toujours aſſujetti à la loi indiquée; le noyau croiſſant en même temps, chacune de ſes faces ſe trouvera compoſée de vingt-cinq rhombes, c'eſt-à-dire,

que ce noyau ſera formé de cent vingt-cinq molécules. (*Voyez la figure* 84). Il y aura deux couches appliquées ſur chacune des eſpèces de pyramides dont il eſt compoſé. La première de ces couches couvrira les vingt-ſept rhombes renfermés dans le contour de la ſurface *z t k u y x*. Or, en raiſonnant comme ci-deſſus, on concevra que, pour couvrir ces vingt-ſept rhombes, il faut trente ſept molécules. La ſeconde couche qui couvrira les trois rhombes correſpondans à ceux qui ſont autour du point *c*, ſera de ſept molécules, comme dans le cas précédent.

Dans un troiſième inſtant, le noyau ſera compoſé de 7^3 ou de 343 molécules; il y aura trois couches, la première de 91 molécules, la ſeconde de 37, & la troiſième de 7.

Dans le quatrième inſtant, le noyau ſera de 9^3 ou 729 molécules; il ſera recouvert par quatre couches, la première de 169 molécules, la ſeconde de 91, la troiſième de 37, & la quatrième de 7.

Ainſi, les différens états du noyau ſeront ſucceſſivement comme les puiſſances 3^3, 5^3, 7^3, 9^3, &c., & en général $(2n+1)^3$, appellant n le nombre des inſtans.

Quant aux couches ajoutées au noyau, pour exprimer généralement les nombres de molé-

cules dont elles ſont compoſées ſucceſſivement, obſervons que,

$$7 = 3 + 3 + 1 = 3 . 1^2 + 3 . 1 + 1.$$
$$37 = 27 + 9 + 1 = 3 . 3^2 + 3 . 3 + 1.$$
$$91 = 75 + 15 + 1 = 3 . 5^2 + 3 . 5 + 1.$$
$$169 = 147 + 21 + 1 = 3 . 7^2 + 3 . 7 + 1, \&c.$$

D'où il eſt aiſé de juger que les nombres dont il s'agit forment une ſérie récurrente.

Soit toujours n le nombre des termes, on aura pour l'expreſſion générale de chaque terme $3(2n - 1)^2 + 3(2n - 1) + 1 = 12n^2 - 6n + 1$; & doublant, pour avoir le nombre des molécules qui compoſent les deux couches, $2(12n^2 - 6n + 1)$.

On peut regarder cette formule comme l'expreſſion algébrique des accroiſſemens du cryſtal; & en ſuivant une marche ſemblable pour les autres cryſtaux ſecondaires, on trouvera d'autres nombres de molécules & des ſéries analogues, dont les termes varieront ſuivant un autre rapport.

Un noyau élémentaire, compoſé de vingt-ſept molécules, eſt, comme je l'ai dit, le plus petit que l'on puiſſe concevoir, relativement à la variété de cryſtal que nous venons de conſidérer. Mais il y a certaines variétés où il faut ſuppoſer un noyau formé d'un plus grand nombre de molécules; ce qui arrive

lorſque pluſieurs décroiſſemens ont lieu à-la-fois. Un coup-d'œil, jeté ſur la *figure* 83, ſuffit pour faire concevoir, par exemple, que la première couche, appliquée ſur un noyau de vingt-ſept molécules, ne pourroit ſubir en même temps des décroiſſemens par deux rangées de petits rhomboïdes pour les rebords *hf*, *hn*, &c., & par une rangée pour les rebords *cf*, *cn*, &c.; car, dans ce cas, la couche ſe réduiroit à zéro. Il eſt donc probable que le nombre des molécules qui compoſent le noyau élémentaire du cryſtal, varie ſelon les cas; de manière cependant que ce noyau eſt le plus petit poſſible, relativement à la forme qui doit réſulter de l'action préſente des loix de la Cryſtalliſation. Au reſte, je ne propoſe ces vues que comme des conjectures, qui me paroiſſent d'autant plus plauſibles, qu'elles ſont conformes à l'idée de la plus grande ſimplicité, qui ſera toujours le fondement des explications les plus heureuſes que l'on puiſſe donner des phénomènes naturels.

Il peut arriver, par une ſorte d'exception aux loix ordinaires de la Cryſtalliſation, qu'un cryſtal continue de croître en hauteur, tandis qu'il conſerve la même épaiſſeur. J'ai vu des cryſtaux de ſpath calcaire en priſme à ſix pans,

terminé par deux faces exagones (28), qui sembloient composés de plusieurs prismes courts appliqués les uns sur les autres par leurs bases inférieures ; de manière que la réunion de ces prismes s'annonçoit sensiblement par une couche très-mince, plus transparente que le reste du crystal, & interposée entre les deux prismes voisins. Dans les opérations de la Nature, il se rencontre des accidens, des circonstances secondaires, qui font varier l'effet des causes primitives ; & si ces variations doivent avoir lieu, il semble que ce soit sur-tout à l'égard de la crystallisation, qui est livrée à l'influence d'une multitude de causes particulières dont les actions se succèdent, s'entre croisent & se balancent mutuellement (*a*).

86. La structure des crystaux étant soumise, comme on l'a vu, à un petit nombre de loix

---

(*a*) C'est encore à l'influence des causes accidentelles qu'il faut attribuer, ce me semble, les irrégularités de certains crystaux, qui présentent des défauts d'accroissement dans quelques-unes de leurs parties, ou des excès produits par une matière surabondante dans les parties opposées. De ce nombre sont les crystaux, dont certains angles solides sont complets, tandis que les angles correspondans manquent absolument, & se trouvent remplacés par des facettes.

ſecondaires, dont les actions combinées modifient de différentes manières les formes des ſubſtances cryſtalliſées, les effets de ces loix ſe trouvent néceſſairement reſſerrés entre certaines limites, qui s'étendent depuis la forme primitive, que l'on doit regarder comme l'effet le plus ſimple de la cryſtalliſation d'une ſubſtance, juſqu'à la forme qui eſt le produit des modifications les plus compoſées des loix dont il s'agit. Or, il me paroît que la détermination de ces limites eſt un des problêmes d'Hiſtoire Naturelle les plus intéreſſans que l'on puiſſe propoſer, puiſque la ſolution de ce problême donne, pour ainſi dire, la ſomme de toutes les actions des loix d'affinité, qui ſollicitent les molécules de la matière à s'attirer mutuellement & à s'unir entr'elles. Je vais eſſayer de réſoudre ce problême par rapport au ſpath calcaire, en cherchant combien il y a de formes poſſibles dans ce genre de cryſtaux, d'après la connoiſſance que nous avons des décroiſſemens les plus ordinaires que ſubiſſent leurs lames compoſantes; c'eſt-à-dire, de ceux qui ſe font par une & par deux rangées de molécules, ſoit pour les côtés des lames, ſoit pour leurs angles.

Repréſentons par A′ & par A″ les décroiſſemens par une & par deux rangées de molé-

cules, pour l'angle c (*fig.* 84) d'une des lames $clpq$, appliquée ſur le noyau; par a' & par a'' les décroiſſemens vers l'angle p, & par B′ & B″ les décroiſſemens ſur les angles latéraux, qui ne peuvent varier l'un ſans l'autre, ſans quoi le cryſtal ne ſeroit pas régulier. Repréſentons par C′ & C″ les décroiſſemens par une & par deux ſur les côtés cl, cq, & & par c' & c'' les décroiſſemens ſur les côtés lp, pq. Il eſt évident que ces quatre côtés varient auſſi deux à deux. Enfin, déſignons par F les faces ou facettes qui correſpondent aux faces du noyau, dans le cas où les décroiſſemens s'arrêtent tout-à-coup à un certain terme, comme dans le grenat à 36 faces (72), nous aurons les onze quantités A′, A″, a', a'', B′, B″, C′, C″, c', c'', F, parmi leſquelles F, priſe toute ſeule, repréſentera le noyau ou la forme primitive. De ces onze quantités, il faut d'abord ſupprimer a', pour la raiſon que je dirai plus bas.

Reſtent dix quantités qu'il faut combiner une à une, deux à deux, trois à trois, &c. Faiſant $m = 10$, on aura pour ces différentes combinaiſons $m + m.\frac{m-1}{2} + m.\frac{m-1}{2}.\frac{m-2}{3}$ $+ m.\frac{m-1}{2}.\frac{m-2}{3}.\frac{m-3}{4}$, &c. $= 10 + 45$

+ 120 + 210, &c. = 1023 combinaisons.

Observons maintenant que A', a'' & C' donnent, la première des faces horizontales, & les deux autres des faces verticales. D'où il suit, 1°. qu'aucune de ces trois quantités ne pouvant exister seule, sans quoi le crystal ne seroit pas terminé dans toutes ses parties, il faudra retrancher trois combinaisons : restent 1020; 2°. que la combinaison a'' C' ne peut non-plus avoir lieu seule, puisqu'elle ne produiroit que des faces verticales, ce qui fait encore une combinaison à retrancher : restent 1019 combinaisons.

Je n'ai point fait entrer dans ces combinaisons les différens états que subissent certaines parties des lames, soit en restant constantes, soit en croissant suivant une loi particulière, tandis que les autres parties décroissent. La raison en est, que les décroissemens de ces dernières emportent nécessairement avec eux la constance ou les variations des parties dont il s'agit. Ainsi, dans le spath calcaire à sommets très-obtus (23), les décroissemens des lames dans leurs bords supérieurs par une rangée de molécules, rendent nécessairement ces lames constantes par leur angle inférieur. Dans le spath calcaire à douze plans penta-

gones (25), les variations que ſuivent les lames de ſuperpoſition par leurs côtés H K, G D (*fig.* 20), ſont pareillement une ſuite néceſſaire des décroiſſemens de ces lames, vers leurs baſes DK, par deux rangées de molécules. Ainſi tout dépend ici de la loi des décroiſſemens; en ſorte que ſi l'on imagine différens plans appliqués ſur les arètes des lames de ſuperpoſition aux endroits où celles-ci décroiſſent, ces plans détermineront les faces du cryſtal ſecondaire, ou, ce qui revient au même, leurs communes ſections ſe confondront avec les côtés de ces mêmes faces.

On peut concevoir maintenant pourquoi, dans l'ordre des combinaiſons, il faut ſupprimer la quantité a', ou celle qui donne des décroiſſemens par une rangée de molécules ſur l'angle inférieur *p* (*fig.* 84) des lames de ſuperpoſition. Car ſoient A N G B, A B C O (*fig.* 85), deux des faces qui ſe réuniſſent trois à trois autour du ſommet ſupérieur A d'un noyau de ſpath calcaire, & B G D C l'une des faces qui ſe réuniſſent autour du ſommet inférieur D du même noyau. Nous avons vu (24) que quand les lames de ſuperpoſition décroiſſoient vers leur angle G B C ou B C O par deux rangées de molécules, les facettes, produites par ces décroiſſemens, avoient une poſition

verticale ; d'où il ſuit qu'une loi de décroiſſement dont l'action ſeroit plus lente, telle que celle qui auroit lieu dans le cas des décroiſſemens par une rangée, donneroit des faces, dont la poſition indiquée ici par les lignes BR, CQ, divergeroit par rapport à l'axe AD du noyau (*a*). Donc les plans qui paſſeroient par ces faces formeroient, én s'entrecoupant, des angles rentrans. Or, j'ai déjà remarqué (70) que les loix primitives de la Cryſtalliſation paroiſſoient exclure tout angle rentrant dans les cryſtaux. Ainſi la combinaiſon dont il s'agit ne peut avoir lieu, même en la ſuppoſant réunie avec une autre combinaiſon ; ce qui ſeroit néceſſaire, puiſque, ſans cela, le cryſtal ne ſeroit terminé dans aucune de ſes deux extrémités, ſon axe étant

---

(*a*) Les lames du ſpath calcaire rhomboïdal à ſommets aigus (36) varient, à la vérité, par des ſouſtractions d'une rangée de molécules ſur leur angle inférieur. Mais il faut bien obſerver que ces ſouſtractions ſe font en allant de la ſurface du cryſtal au noyau ; d'où il réſulte que ſi l'on conſidère ces mêmes lames depuis le noyau, elles ſubiſſent de véritables accroiſſemens, qui ne ſont que l'effet néceſſaire des décroiſſemens par les angles latéraux. Voyez la ſtructure du ſpath dont il s'agit.

infini, à cauſe de la divergence des faces à l'égard de cet axe.

Parmi les 1019 combinaiſons dont le ſpath calcaire eſt ſuſceptible, il n'y en a guères que trente qui ſoient connues, à en juger par les deſcriptions des Auteurs qui ont donné ſur cette matière les détails les plus amples. Il eſt vraiſemblable qu'on en découvrira de nouvelles: mais je préſume que le nombre des faces ſe trouvera limité; & il n'y a guères d'apparence que les dix poſitions que donneroit l'enſemble des quantités mentionnées ſe rencontrent toutes dans un même cryſtal, attendu qu'il faudroit qu'un grand nombre de circonſtances concouruſſent, ce me ſemble, pour produire un effet auſſi compliqué. C'eſt à l'obſervation à nous apprendre quelles ſont les limites juſqu'où s'étend la marche de la Nature dans les variations dont cette marche eſt ſuſceptible.

87. Je vais maintenant donner un exemple d'une ſtructure relative à une modification de forme que je n'ai point encore obſervée juſqu'ici dans les ſpaths calcaires, & que je ne ſache pas qu'aucun Auteur ait décrite.

Concevons que les lames appliquées ſur un noyau rhomboïdal de ſpath d'Iſlande décroiſ-

ſent ſeulement dans leur angle ſupérieur A (*fig.* 86), par deux rangées de molécules. Les faces produites par ces décroiſſemens reſteront contiguës aux deux ſommets de l'axe, & feront, avec cet axe, un angle beaucoup plus ouvert que celui qui eſt formé par les faces du noyau avec le même axe. En conſidérant ces faces comme autant de plans qui s'entre-coupent, il ſera aiſé de voir, avec un peu d'attention, que leur aſſortiment doit produire un rhomboïde très-applati, dont il s'agit maintenant d'examiner la ſtructure, & de déterminer les angles plans.

Soit A D F P (*fig.* 87) une des faces qui ſe réuniſſent trois à trois au ſommet A de ce rhomboïde, & ſoient D F G N, P F G E, deux faces de la partie inférieure du cryſtal, G étant le ſommet oppoſé. Ce cryſtal ne pouvant être diviſé que parallèlement aux faces du noyau, les plans coupans détacheront d'abord des lames triangulaires, telles que *h r k* B *z* O, &c. dont l'inclinaiſon, par rapport à l'axe, ſera tournée vers le ſommet A. La ſtructure d'une de ces lames eſt indiquée par la poſition des rhombes qui occupent la ſurface du triangle *h m k* (*fig.* 86), où l'on voit que les lignes *h m*, *m k*, ſont dirigées de manière qu'entre leurs interſections *h i m*, avec les rhombes

composans, il y a toujours deux de ces rhombes interceptés ; ce qui est une suite de la loi des décroissemens par deux rangées de molécules. Au-delà des milieux B, O, &c. (*fig.* 87) des côtés DF, PF, &c., où les sections voisines se touchent, ces sections s'entre-couperont de manière que les angles B, O, des triangles B*m*O (*fig.* 86) disparoîtront, & que ces triangles prendront des figures pentagones, telles que *acmnd*, & passeront par degrés à la figure du triangle *bmg* (*a*). Alors on aura un solide à douze faces triangulaires, dont six semblables entr'elles, & représentées par le triangle ARS (*fig.* 87), seront les résidus des faces ordinaires du rhomboïde que nous considérons ici ; & les six autres, telles que *bmg* (*fig.* 86), seront semblables à des moitiés de

(*a*) Les lignes qui forment ici le pentagone *acmnd*, indiquent seulement les positions respectives, & non les dimensions des côtés de ce même pentagone ; car comme il s'accroît en hauteur, non-seulement vers sa base, mais aussi vers son sommet *m*, à mesure que l'on détache de nouvelles lames, il est aisé de concevoir que les sections *ac*, *dn* sont plus éloignées l'une de l'autre que dans la figure ; en sorte que quand le pentagone est parvenu à la figure du triangle *bmg*, la base *bg* de ce triangle doit être conçue comme étant encore égale à la ligne BO.

rhombes

rhombes du ſpath d'Iſlande. Au-delà des points R, S, &c. (*fig.* 87), les ſections intercepteront des pentagones *o x m y z* (*fig.* 86), qui retourneront par degrés à la figure du rhombe *s t m u*; & à ce terme, le noyau du ſolide paroîtra à découvert.

Telle eſt la ſtructure de ce rhomboïde, qui, s'il exiſtoit, ſeroit le quatrième dans le genre des ſpaths calcaires. On n'en peut point imaginer d'autre, en n'admettant que les loix de décroiſſement par une ou par deux rangées de molécules.

88. Cherchons maintenant la valeur des angles plans de ce rhomboïde. Soit *a o p g* (*fig.* 88) une coupe du noyau ſemblable au quadrilatère *abdg* de la *Pl. III*, *fig.* 24; c'eſt-à-dire, formée par les petites diagonales *a g*, *op*, de deux faces oppoſées de ce noyau, & par les côtés ou les arètes *ao*, *pg*, compriſes entre ces diagonales. Prolongeons *p g* juſqu'à ce que l'on ait *g c* = *p g*; menons *a c r* prolongée indéfiniment; puis ayant coupé l'axe *ap* en trois parties égales aux points *n*, *h*, menons ſur cet axe les perpendiculaires *n c*, *h r*, juſqu'à la rencontre de la ligne *a c r*. Soit *a m t* le triangle menſurateur, les décroiſſemens ſe faiſant ici par deux rangées de molécules, *am* ſera (14) la petite diagonale

entière d'une de ces molécules, & mt l'une des arètes. On aura donc (30) $am = 2\sqrt{2} = \sqrt{8}$, & $mt = \sqrt{5}$. Or, à cause des triangles semblables amt, agc, nous pouvons faire aussi $ag = \sqrt{8}$, & $gc = \sqrt{5}$. Maintenant les triangles pgh, pcn, qui sont aussi semblables, donnent $pg : ph :: pc : pn$. Substituant (30), on aura $\sqrt{5} : 1 :: 2\sqrt{5} : pn = 2$. Donc $cn = \sqrt{\overline{pc}^2 - \overline{pn}^2} = \sqrt{20 - 4} = 4$. De plus, nous avons vu (35), que $ap = 3$. Donc $pn = 2$, & $an = 1$. Donc $ac = \sqrt{\overline{cn}^2 + \overline{an}^2} = \sqrt{16 + 1} = \sqrt{17}$. $hr = 2cn = 8$; & $ar = \sqrt{\overline{hr}^2 + \overline{ah}^2} = \sqrt{64 + 4} = \sqrt{68}$; enfin $pr = \sqrt{\overline{hr}^2 + \overline{ph}^2} = \sqrt{64 + 1} = \sqrt{65}$. Or, dans tout rhomboïde, l'extrémité de la petite diagonale se trouve toujours à la même hauteur que le point h, qui est aux deux tiers de l'axe. Donc ar sera ici cette diagonale, & ps sera l'une des arètes du rhomboïde; donc dans ce solide la petite diagonale est au côté, dans le rapport de $\sqrt{68}$ à $\sqrt{65}$. Soit ADFP (*fig.* 89)

l'une des faces du rhomboïde, on aura $AD = \sqrt{65}$, $AC = \frac{1}{2} \sqrt{68} = \sqrt{17}$, & par conséquent $DC = \sqrt{65 - 17} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$. Résolvant le triangle rectangle ADC, d'après ces données, on trouvera pour le logarithme de l'angle DAC le nombre 99341639, qui répond à 59° 14′ 32″; d'où il suit que l'angle obtus DAP est de 118° 29′ 4″, & l'angle aigu ADP de 61° 30′ 56″.

89. On pourroit, en imaginant d'autres combinaisons, déterminer de nouvelles formes analogues à celles qui sont déjà connues. J'ai prouvé (22) que quand les lames qui s'appliquent sur le noyau décroissoient continuement dans leurs bords supérieurs A B, A O (*fig.* 86), par la soustraction d'une rangée de molécules, il en résultoit un rhomboïde à sommets plus obtus que ceux du spath d'Islande, mais moins que ceux du rhomboïde que nous venons de considérer. Supposons maintenant que les lames de superposition décroissent vers les mêmes bords par des soustractions de deux rangées de molécules. Ces décroissemens produiront un solide SGNRTH (*fig.* 90) à douze faces triangulaires isocèles, toutes égales entr'elles, & dont l'angle au sommet CGR ou HGC, ou, &c., sera de 53° 7′ 48″, comme

on peut s'en convaincre en calculant cet angle, d'après la loi de décroiſſement indiquée. Nous avons déjà dans le ſpath calcaire un cryſtal à deux pyramides exaèdres (33), mais dont les faces ſont des triangles ſcalènes. Le ſolide dont il s'agit ici ſe diviſera par des ſections *abed*, faites parallèlement au plan qui ſeroit cenſé paſſer par les arètes GH, GR, leſquelles ſont celles du noyau lui-même. Il ſera facile de concevoir tout le reſte, en faiſant attention à la ſtructure qui doit réſulter des décroiſſemens dont j'ai parlé.

90. Il peut même arriver que deux formes tout-à fait ſemblables ſe trouvent dans le même genre avec des ſtructures différentes. Concevons des lames qui décroiſſent vers leurs bords inférieurs BC, OC (*fig.* 86), par une rangée de molécules. Ces lames, en s'appliquant ſur le noyau, produiront un ſolide à ſix faces verticales, qui ſeront des parallélogrammes obliquangles *conr*, *rnts* (*fig.* 91), terminé par deux ſommets, dont chacun ſera formé de trois rhombes, tels que *acrs*, ſemblables à ceux du noyau. Ce cryſtal exiſte en effet, & a été décrit par M. Bergmann dans l'Ouvrage cité N°. 27. Maintenant, ſi les lames de ſuperpoſition décroiſſent en même temps vers leurs angles ſupérieurs, tels que *a*, par une

rangée de molécules, ces décroiſſemens produiront des faces horizontales, aux deux extrémités du ſolide, qui ſeroit alors entièrement ſemblable au priſme à ſix pans rectangles du N°. 28 : mais ce ſolide ſe diviſeroit par des ſections obliques ſur les arètes verticales, telles que *b d*, *r n*, & non pas ſur les arètes formées par les côtés de l'exagone, comme dans le priſme dont je viens de parler. On voit par-là de combien de variétés la Cryſtalliſation eſt ſuſceptible.

Au reſte, quoique les formes des cryſtaux ſoient déjà très-multipliées, & qu'il y ait lieu de préſumer, d'après tout ce que je viens de dire, qu'on en découvrira encore un grand nombre par la ſuite, cette conſidération ne doit point faire naître contre la Cryſtallographie un préjugé auſſi injuſte, j'oſe le dire, qu'il ſeroit nuiſible aux progrès de la ſcience des minéraux, puiſqu'il nous en feroit négliger un des points de vue les plus intéreſſans & les plus curieux. Efforçons-nous plutôt de voir la Nature telle qu'elle eſt, d'en ſimplifier l'étude, en la ſoumettant à des principes fixes & conſtans, & de faire diſparoître une partie des difficultés qu'entraîne cette étude, en liant les détails les uns aux autres par les vues les plus générales auxquelles nous permette de

nous élever le peu de connoiſſance que nous avons des cauſes ultérieures auxquelles le Créateur a ſoumis les différens phénomènes de l'Univers.

FIN.

TABLE
DES MATIERES.

A

ACCROISSEMENT DES CRYSTAUX. En quoi il diffère de leur ſtructure, *pages* 55 & 56. *Id. pag.* 209.

ALVÉOLE DES ABEILLES. Sa forme a beaucoup de rapport avec celle du Grenat dodécaèdre, *p.* 185. *Voyez* la Note.

AMÉTHISTE (fauſſe), *pag.* 135.

ANGLES DES CRYSTAUX. Ne peuvent être déterminés avec préciſion qu'à l'aide de la Géométrie, *p.* 27, Note 1. Principes qui fourniſſent des données pour les évaluer, *p.* 25.

B

BLENDE. La forme primitive de ſes cryſtaux & des molécules qui les compoſent, eſt très-probablement la même que dans les Grenats, *p.* 186 & *ſuiv.*

C

CRYSTALLISATION. Idée générale de cette opération de la Nature, *p.* 1 & 2.

CRYSTALLOGRAPHIE. Difficultés que préſente l'étude de cette Science, *p.* 3 & *ſuiv.* Ne peut être la baſe d'un ſyſtême de Minéralogie, *p.* 5.

CRYSTAUX. Ce qu'on entend par ce terme; *p.* 5. *Id. p.* 48. Leur noyau, *p.* 11 *& suiv. Id. p.* 51 *& suiv.* Leurs formes primitives, *p.* 49 *&* 50. Leurs formes secondaires, *p.* 50. Leur division mécanique, *p.* 10. *Id. p.* 50 *& suiv.* Loix de décroissement, auxquelles leur structure est assujettie, *p.* 21 *& suiv. Id. p.* 56 *& suiv.* Leur accroissement doit être distingué de leur structure, *p.* 55 *&* 56. *Id. p.* 209.

D

DÉCROISSEMENS. *Voyez* LOIX.

E

ÉMERAUDE (fausse), *p.* 135.

F

FACETTES SURNUMÉRAIRES DES CRYSTAUX. Leur explication, *p.* 30.

FELDT-SPATH. *Voyez* SPATH ÉTINCELANT.

FORME PRIMITIVE DES CRYSTAUX. Existe comme noyau dans toutes les variétés d'un même genre, *p.* 10 *& suiv. Id. p.* 51 *& suiv.* On ne peut établir aucune méthode avantageuse en Crystallographie, sans partir de la vraie forme primitive des Crystaux, *p.* 31 *& suiv.*

FORMES DES CRYSTAUX. Combien elles sont variées, *p.* 3 & 4. Nombre des formes possibles dans le genre du Spath calcaire, *p.* 217 *& suiv.*

FORMES SECONDAIRES DES CRYSTAUX, *p.* 50. Peuvent être regardées comme des variétés par excès ou par défaut de la forme primitive, *p.* 34 *&* 35.

G

GÉOMÉTRIE. Néceſſité d'en faire uſage dans une théorie ſur les Cryſtaux, *p.* 9. *Id. p.* 17 & 18. Son utilité pour l'évaluation des angles, *p.* 27, Note 1.

GRENAT. Structure de ſes Cryſtaux & loix de décroiſſement auxquelles elle eſt aſſujettie, *p.* 169 *& ſuiv.* Le Grenat dodécaèdre eſt de tous les ſolides à douze plans rhombes, celui qui donne le *minimum* de ſurface, *p.* 185, Note *a.*

GRÈS CRYSTALLISÉ DE FONTAINEBLEAU. A quelle variété de Spath calcaire il ſe rapporte, *p.* 205.

GYPSE. Structure de ſes Cryſtaux & loix que ſubiſſent ſes lames compoſantes, *p.* 146 *& ſuiv.*

H

HYACINTE DES VOLCANS. Conjecture ſur la ſtructure de cette Pierre, *p.* 59, Note 1.

L

LOIX DE DÉCROISSEMENT AUXQUELLES EST SOUMISE LA FORMATION DES CRYSTAUX, *p.* 21 *& ſuiv. Id. p.* 56 *& ſuiv.*

M

MÉTHODES POUR DÉTERMINER LA GRADATION DES FORMES DANS LES CRYSTAUX. Sur quels principes elles doivent être fondées, *p.* 31.

MINÉRAUX. Comparaiſon de leur étude avec celle des Animaux & des Végétaux, *p.* 2 *& ſuiv.*

MOLÉCULES CONSTITUANTES DES CRYSTAUX. Leur définition, *p.* 48 & 49. Moyens employés dans cet Ouvrage pour déterminer leur véritable forme, *p.* 18 *& ſuiv.*

Q

N

NOYAU DES CRYTAUX, *p.* 11 *& suiv. Id. p.* 51 *& suiv.*

O

ORGANISATION. Les minéraux en ſont abſolument dépourvus, *p.* 48.

P

PESANTEURS SPÉCIFIQUES DE QUELQUES SPATHS FLUORS PESANS ET CALCAIRES; d'après M. Briſſon, *p.* 118.

PHOSPHORES. Propriété des Spaths fluors & des Spaths peſans, conſidérés comme Phoſphores, *p.* 119 *&* 134.

PROPRIÉTÉS GÉOMÉTRIQUES DU SPATH CALCAIRE A DEUX PYRAMIDES EXAÈDRES; *p.* 102.

R

RHOMBOÏDES. Ce qu'on doit entendre par ce terme dans cet Ouvrage, *p.* 49, Note 1.

RUBIS (faux), *p.* 135.

S

SEL MARIN. Ses molécules ſont de vrais cubes, & non de ſimples lames quarrées, *p.* 19 *&* 20. Structure du Sel marin octaèdre, & loix de décroiſſement qu'elle ſubit, *p.* 60 *& ſuiv.* Sa différence d'avec celle des Spaths fluors, *p.* 145.

SÉLÉNITE. *Voyez* GYPSE.

SÉRIES RÉCURRENTES. *Voyez* SUITES.

SPATH CALCAIRE. Ses molécules ſont des rhomboïdes parfaits, *p.* 19 *&* 20. Structure de ſes cryſtaux & loix auxquelles elle eſt ſoumiſe, *p.* 75 *& ſuiv.* Calcul

du nombre des formes qu'il eſt ſuſceptible de recevoir, *p.* 217 *& ſuiv.* Exemples de quelques-unes de ces formes, qui n'ont pas encore été obſervées, *p.* 222 *& ſuiv.*

SPATH ÉTINCELANT. Remarque ſur la forme exacte de ſes molécules, *p.* 124, Note *a.*

SPATH FLUOR. Structure de ſes cryſtaux, *p.* 134 *& ſuiv.* Difficulté de déterminer la forme de ſes molécules conſtituantes, *p.* 139 *& ſuiv.*

SPATH PERLÉ. Il eſt un vrai Spath calcaire, *p.* 116 *& ſuiv.*

SPATH PESANT. Structure de ſes cryſtaux, & loix de décroiſſement auxquelles elle eſt ſoumiſe, *p.* 119 *& ſuiv.*

SPATH SÉLÉNITEUX. *Voyez* SPATH PESANT.

STRIES ET AUTRES INÉGALITÉS QUI EXISTENT SUR LA SURFACE DES CRYSTAUX, *p.* 15. *Id. p.* 65 *& ſuiv.*

STRUCTURE DES CRYSTAUX, *p.* 9. *Id. p.* 47 & 48. Difficulté de la ramener à l'uniformité, *p.* 13 *& ſuiv. Id. p.* 62 *& ſuiv.* Hypothèſe qui lève cette difficulté, *p.* 15 *& ſuiv. Id. p.* 64 *& ſuiv.* Combien il eſt important de prendre la ſtructure pour guide dans la Cryſtallographie, *p.* 31 *& ſuiv.*

SUITES RÉCURRENTES. Exemples de l'uſage que l'on en peut faire dans l'étude des Cryſtaux, *p.* 137 & 213.

T

TOPAZES DE SAXE ET DU BRÉSIL. Structure de leurs cryſtaux & loix auxquelles elle eſt ſoumiſe, *p.* 188 *& ſuiv.*

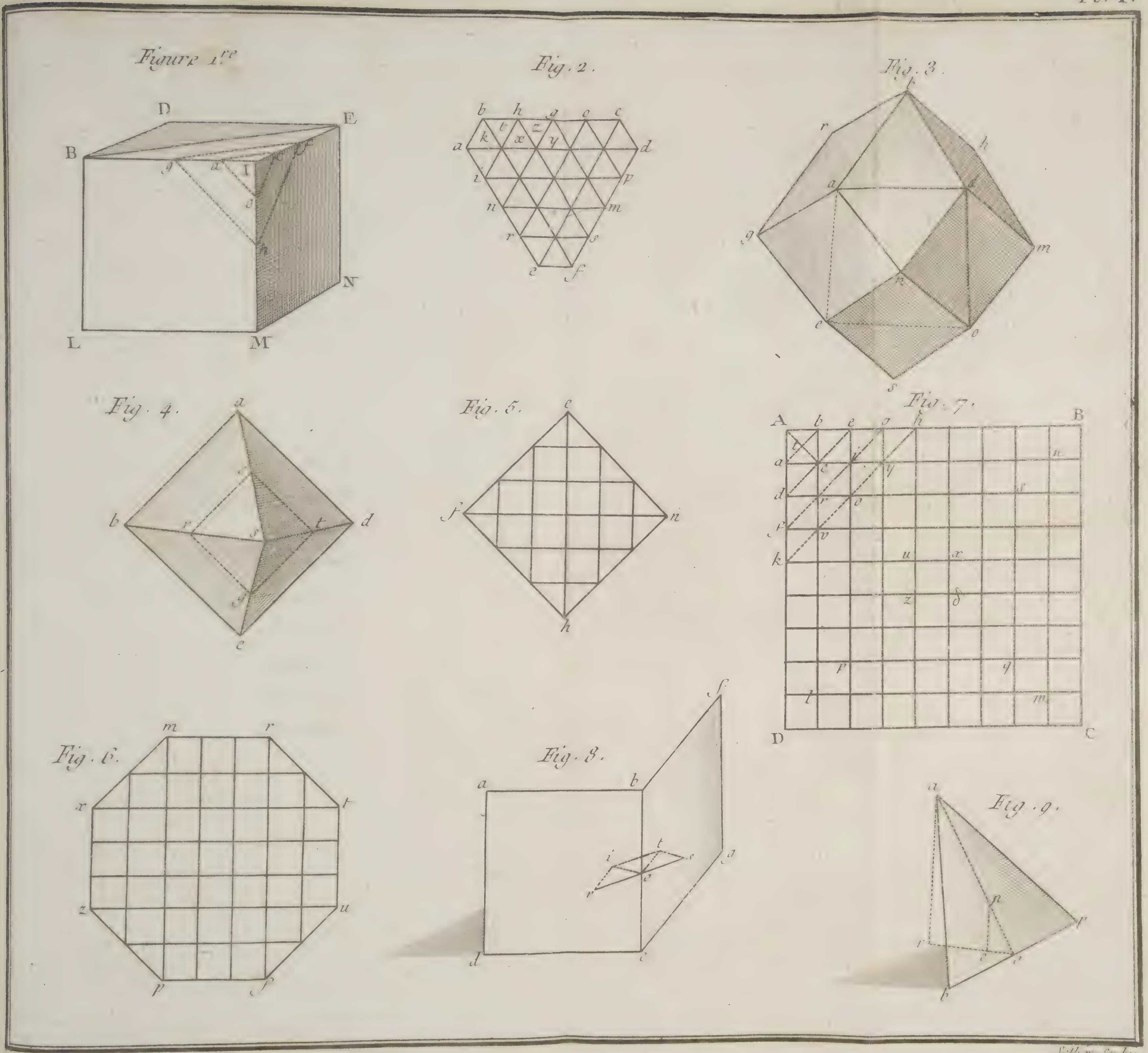
TRIANGLE MENSURATEUR. Son usage pour déterminer les loix de décroissement dans les Crystaux, *p.* 71.

V

VÉGÉTAUX. Leur étude comparée avec celle des Minéraux, *p.* 2 *& suiv.*

Fin de la Table des Matières.

De l'Imprimerie de DEMONVILLE, rue Christine. 1783.



Fossier del.

Sellier Sculp.

Fig. 10

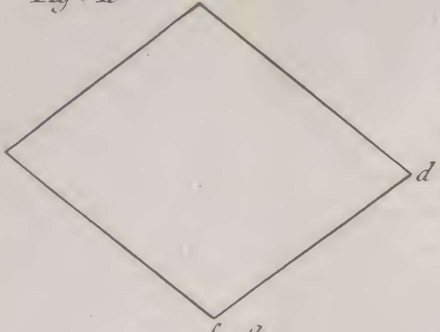


Fig. 11

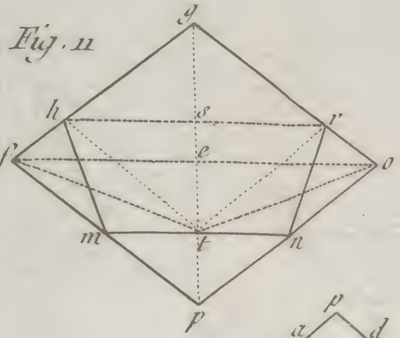


Fig. 12.

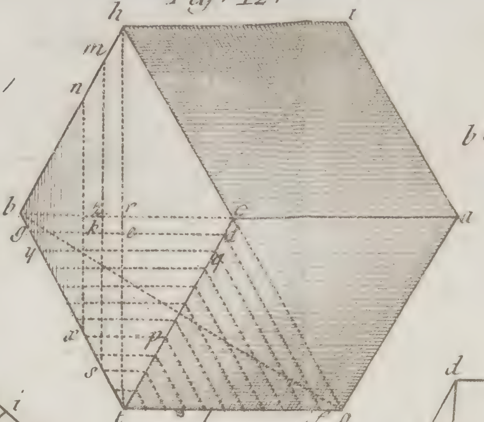


Fig. 13.

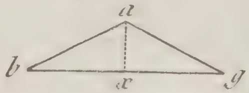


Fig. 14.

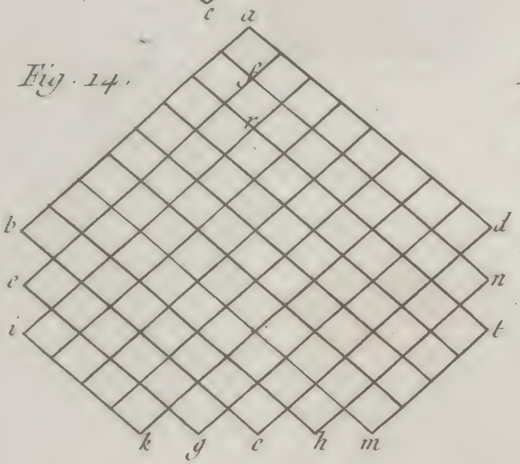


Fig. 15

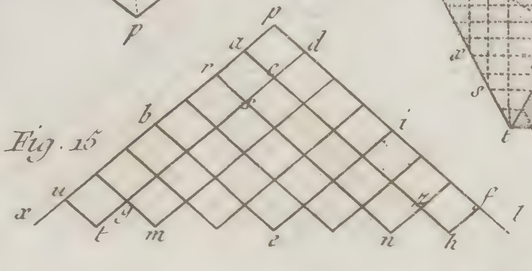


Fig. 16.

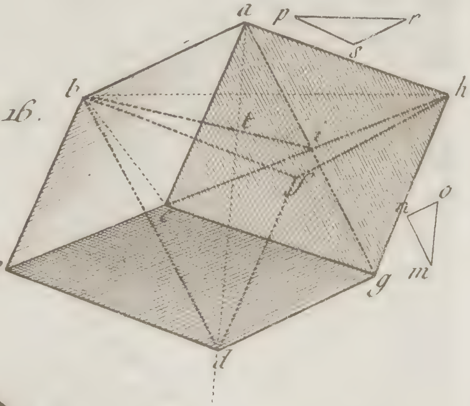


Fig. 17.

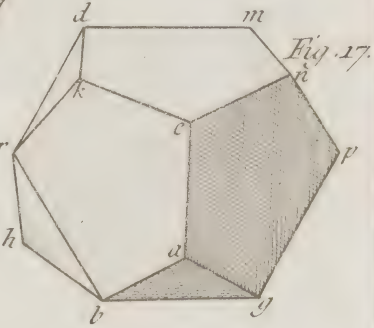


Fig. 18.

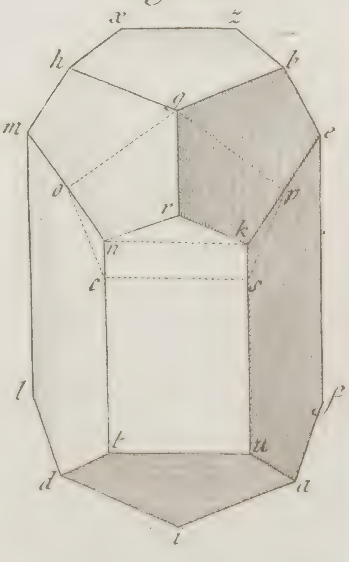


Fig. 19.

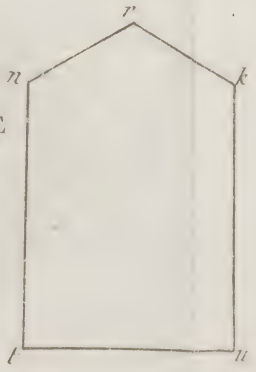


Fig. 20.

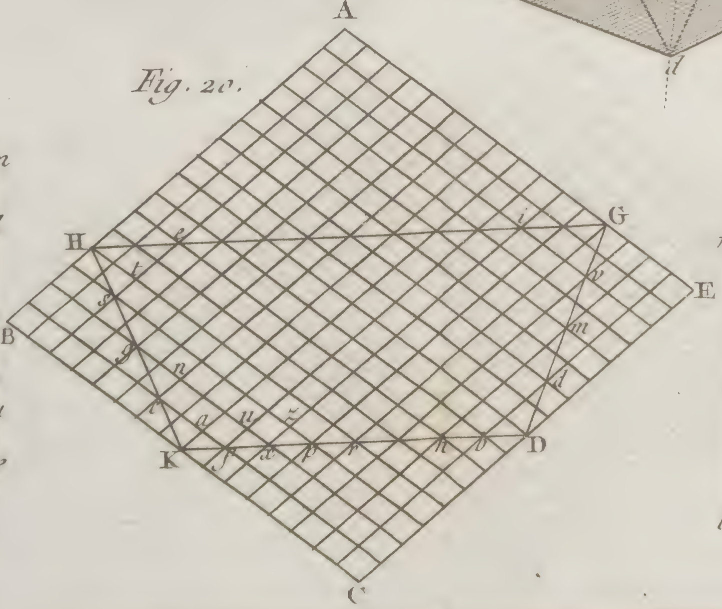
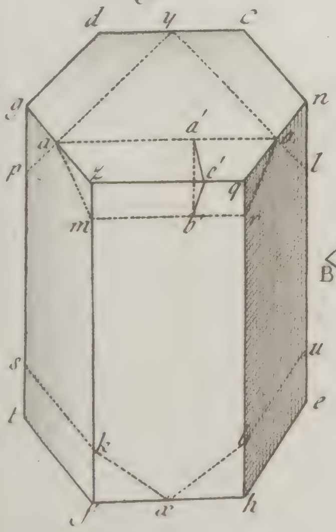
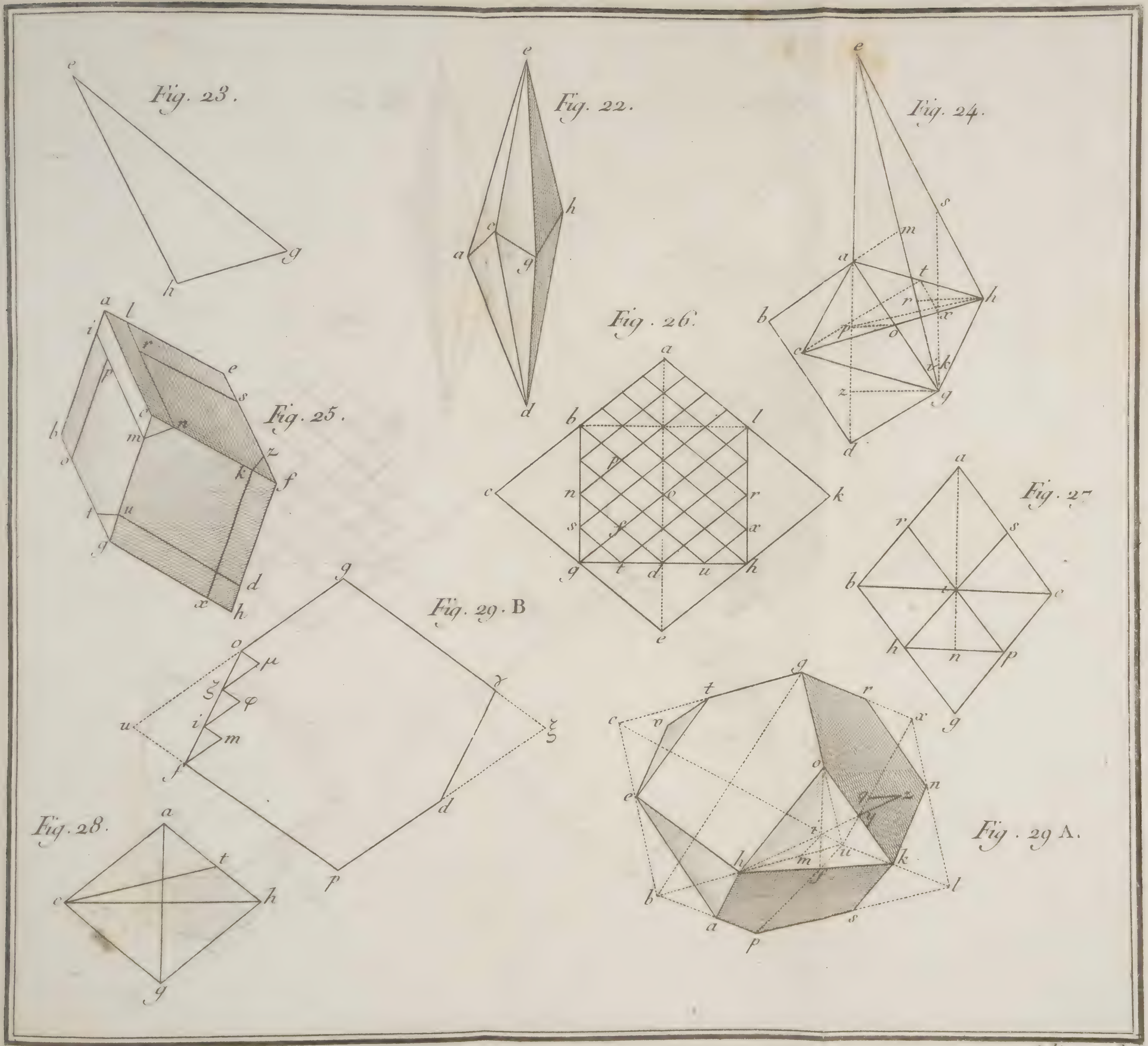


Fig. 21.

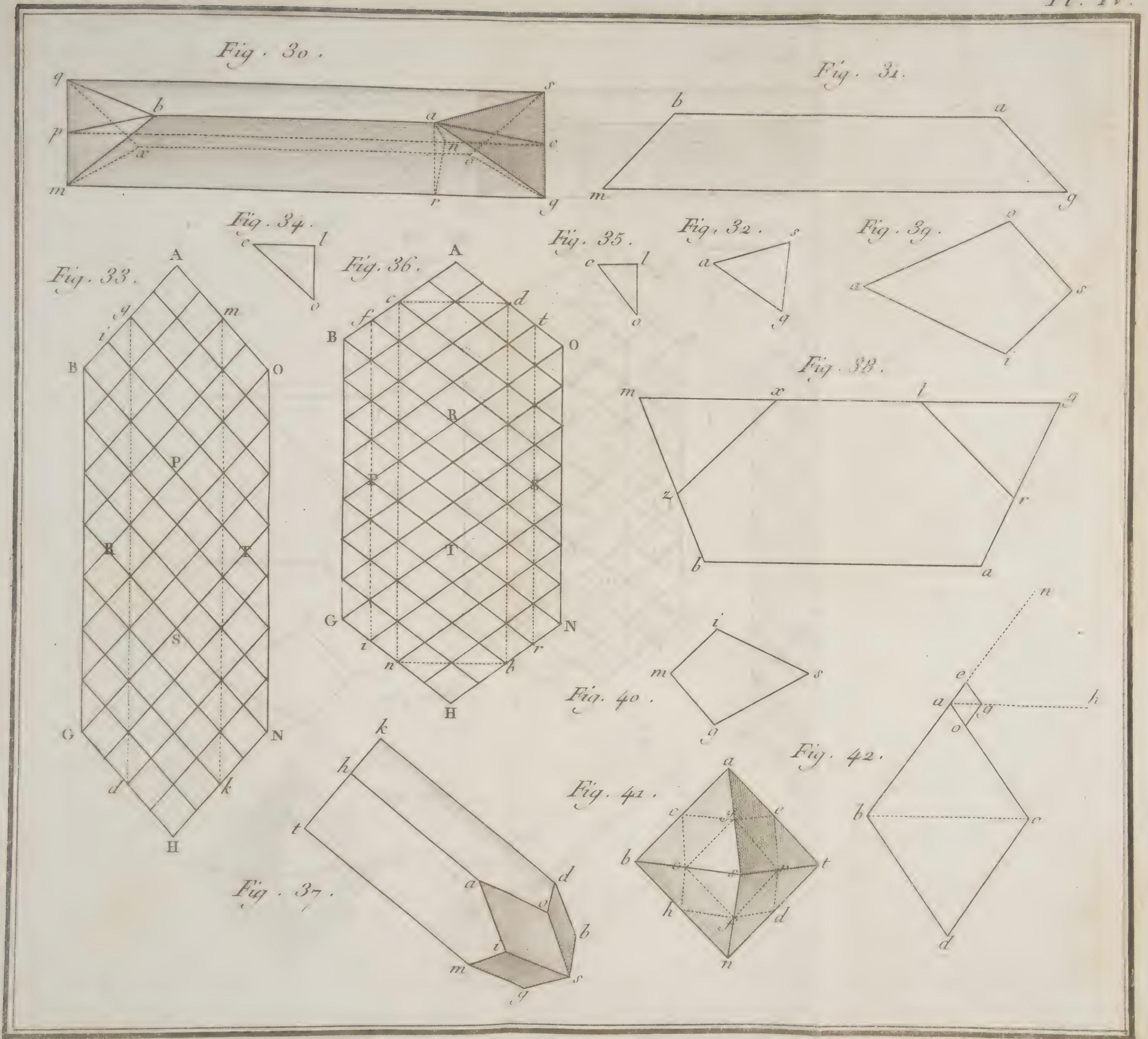


Fossier del.

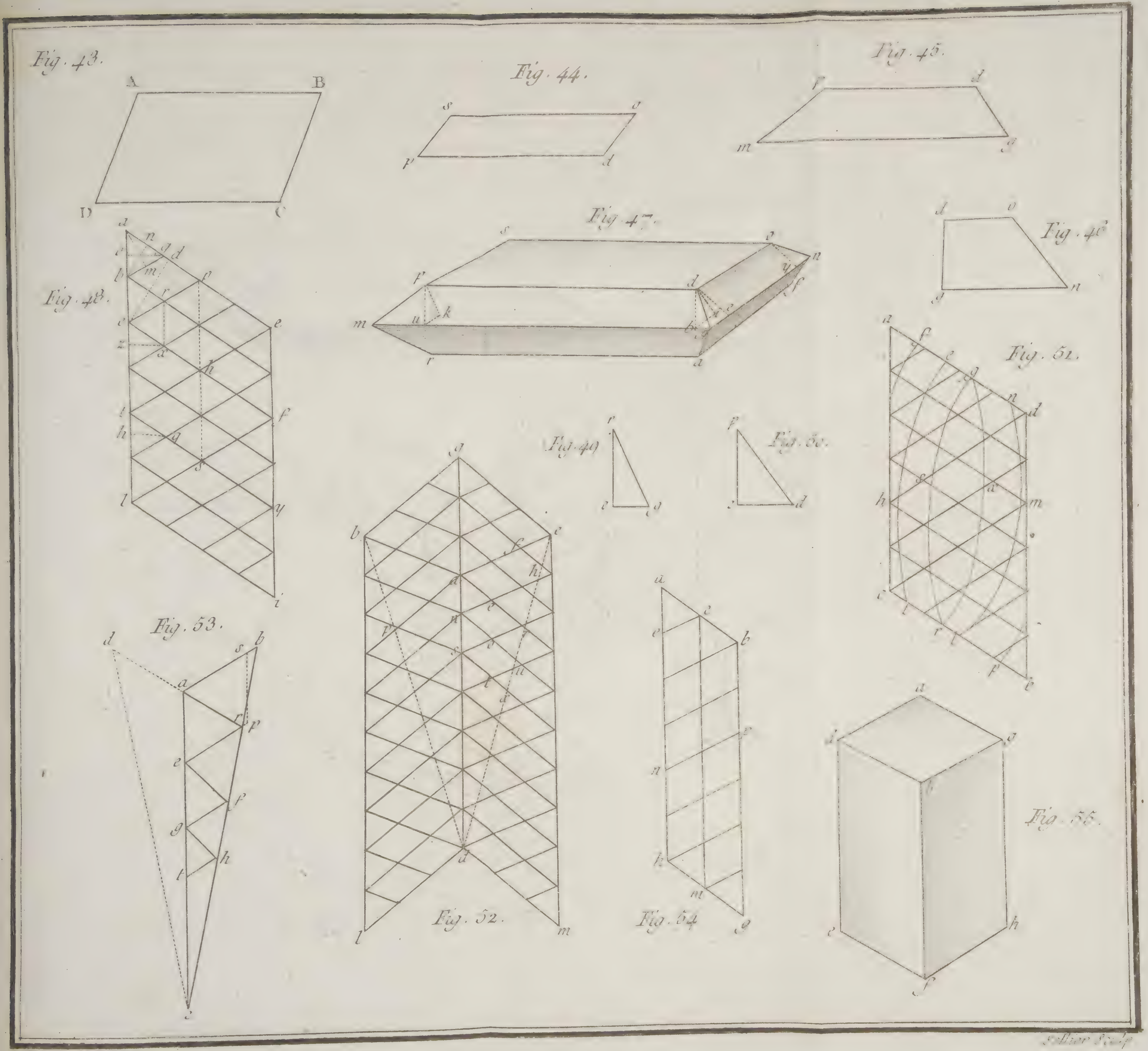
Sellier Sculp.



Fossier delin. Sellier Sculp.



Fossier delin. Sellier Sculp.



Fossier del. Sellier Sculp.

Fig. 56.

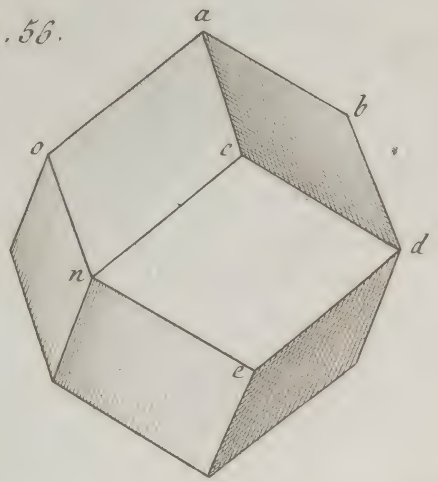


Fig. 57.

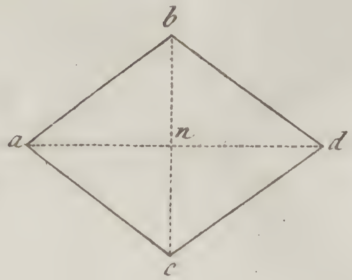


Fig. 58.

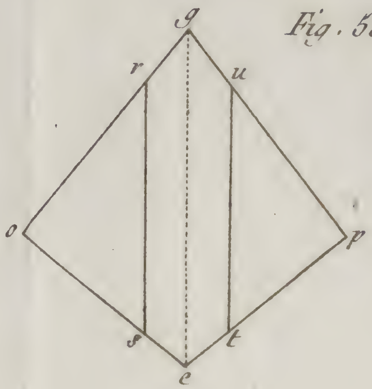


Fig. 59.

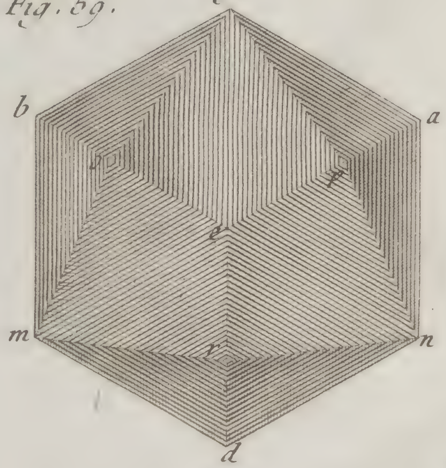


Fig. 60.

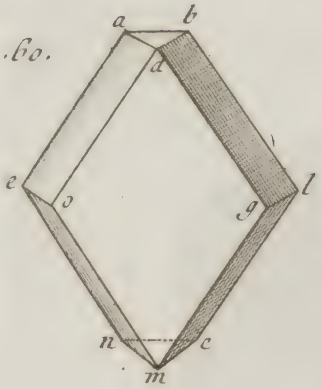


Fig. 61.

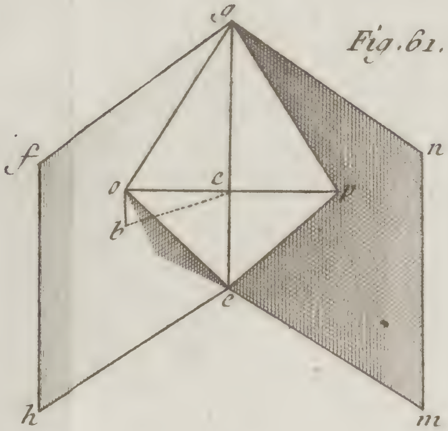


Fig. 62.

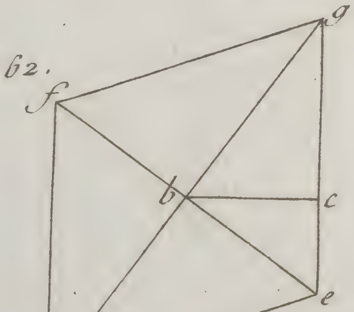


Fig. 63.

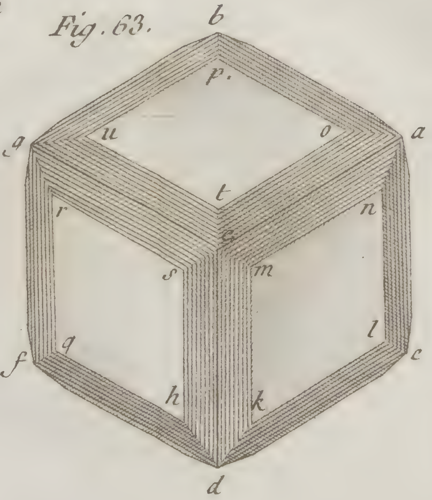
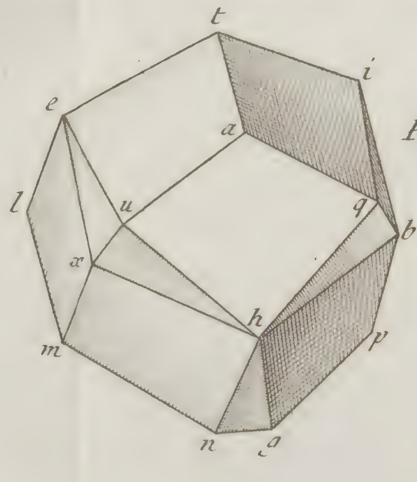
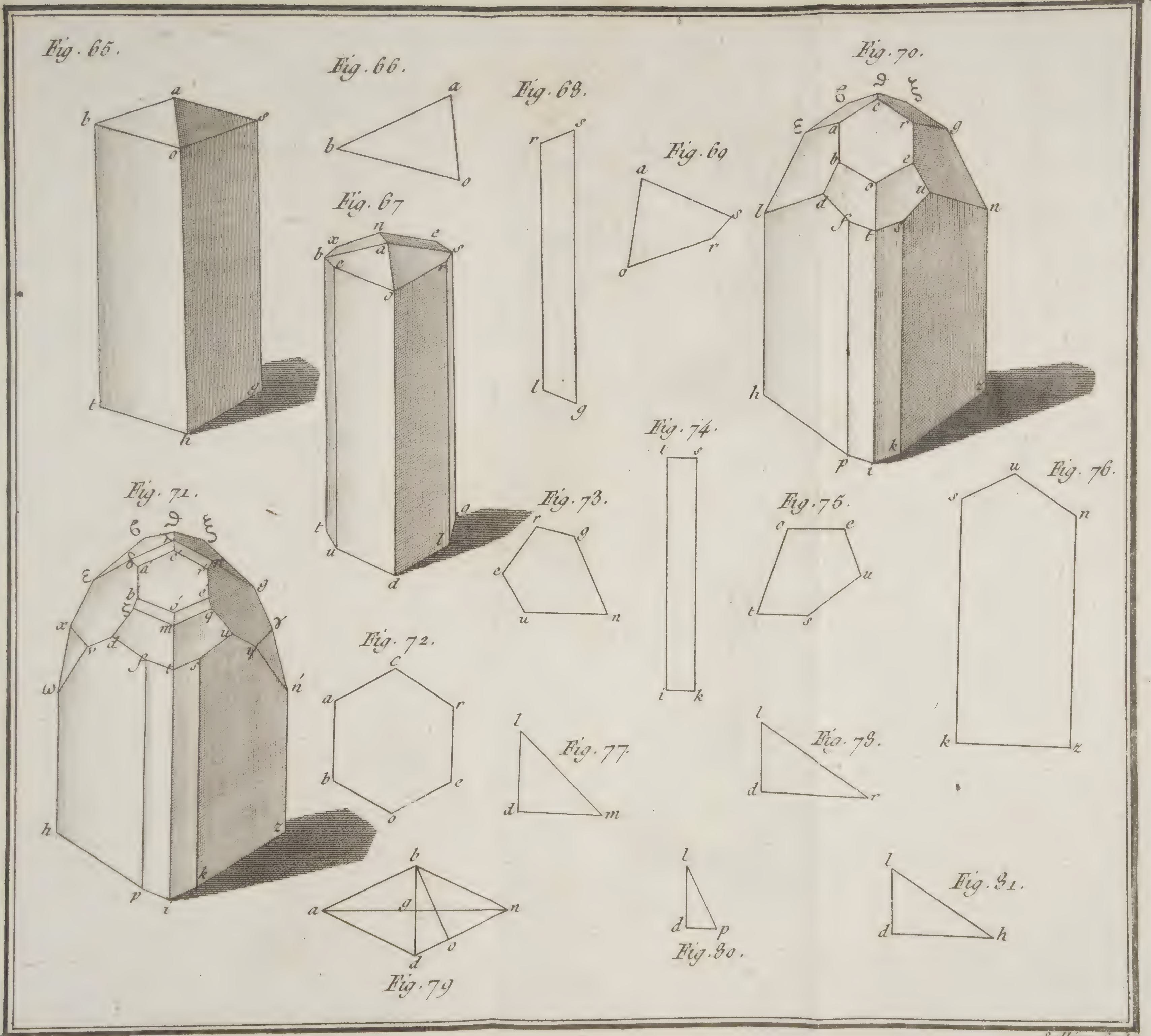


Fig. 64.



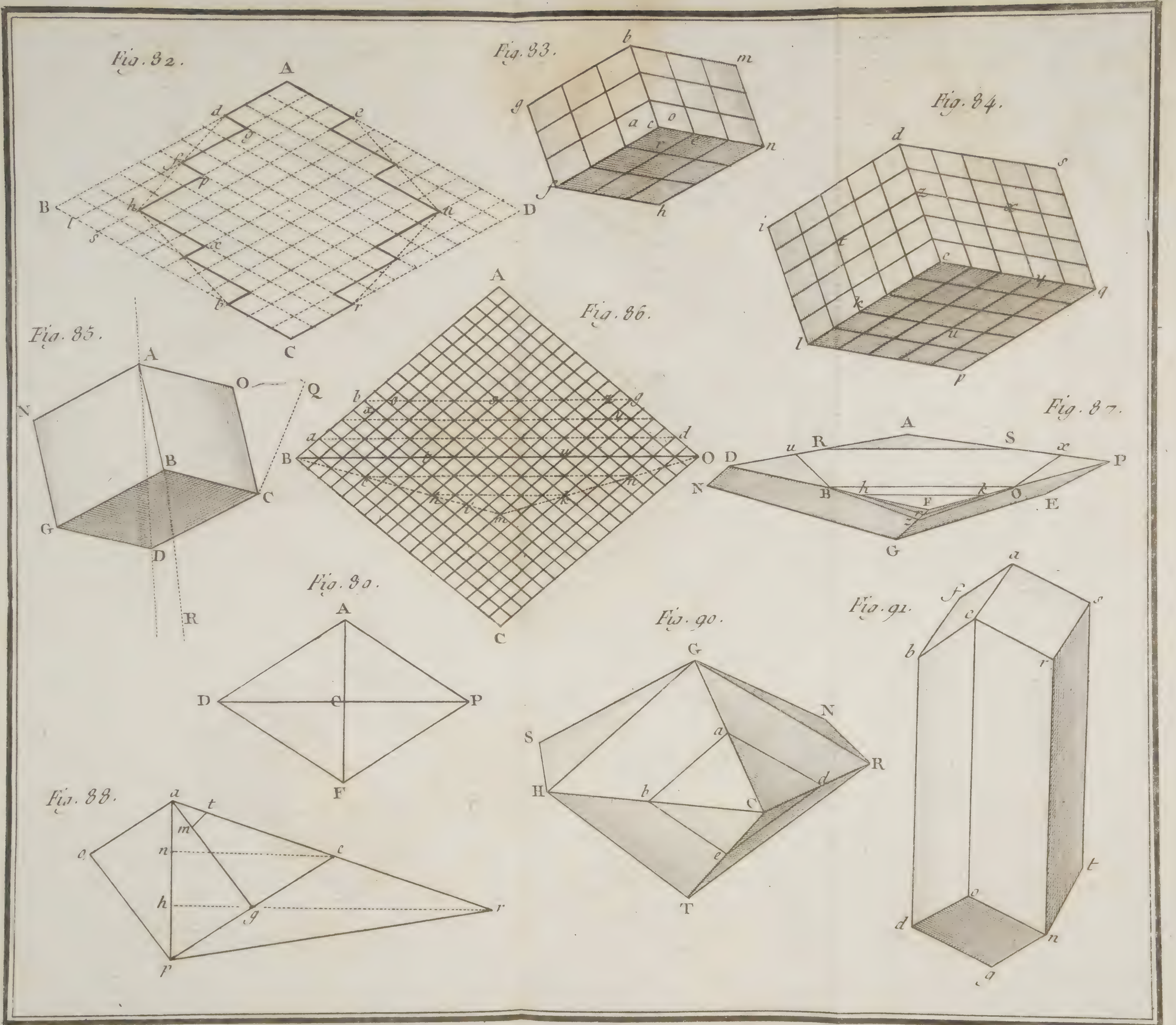
Fossier del.

Sellier Sculp.



Fossier del.

Sellier Sculp.



Fossier del. *Sellier Sculp.*